



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Název projektu: Podpora výuky v technických oborech**

**Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0458**

**Název šablony: III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT**

**Název školy: Střední odborná škola NET OFFICE Orlová, spol. s r.o.**

**Vypracoval/a: Ing. Joanna Paździorová**

# MOCNINY S RACIONÁLNÍM EXPONENTEM

---

# Pojem mocnina - opakování

**Doposud jste znali pouze mocniny, jejichž exponent byl celé číslo.**

**Př.:**

$$5^2, 3^{-4}, (a + b)^3, \dots$$

**Existují však i mocniny, jejichž exponent lze zapsat jako racionální číslo, tedy zlomek.**

**Př.:**

$$3^{\frac{1}{2}}, x^{-\frac{5}{4}}, (a + b)^{\frac{3}{5}}, \dots$$

# Pravidla pro práci s mocninami

Pro mocninu s racionálním exponentem platí následující definiční vztah:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m},$$

kde  $a \in \mathbf{R}, a > 0, m \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{N}$

Příklady: Zapište jako odmocninu

1.  $10^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{10}$

2.  $a^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{a^3}$

3.  $(3x - 1)^{-\frac{7}{3}} = \sqrt[3]{(3x - 1)^{-7}}$

# Pravidla pro práci s mocninami

Pro počítání s mocninami s racionálním exponentem platí následující pravidla:

$$1. \quad a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$2. \quad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$3. \quad (a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

$$4. \quad (a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$$

$$5. \quad \left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

$$6. \quad a^{-r} = \frac{1}{a^r}$$

Za podmínek, že  $a \in \mathbf{R}, a > 0; r, s \in \mathbf{Q}$

# Příklady

**Vypočtěte:**

$$1. \quad 4^{\frac{3}{4}} \cdot 4^{\frac{5}{4}} = 4^{\frac{3}{4} + \frac{5}{4}} = 4^{\frac{8}{4}} = 4^2 = 16$$

$$2. \quad \sqrt{a} \cdot a^{-\frac{5}{2}} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{5}{2}} = a^{\frac{1}{2} - \frac{5}{2}} = a^{-\frac{4}{2}} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$3. \quad 1000^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{1000} = 10$$

$$4. \quad 9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{9^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$$

$$5. \quad \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{16}}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

## Příklady

Zjednodušte výrazy s odmocninami:

$$\begin{aligned} 1. \quad & \sqrt{x^3\sqrt{x}} \cdot \sqrt[3]{x\sqrt{x}} = \\ & = \left(x \cdot x^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(x \cdot x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} \\ & = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{3+1+2+1}{6}} = x^{\frac{7}{6}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad & a^3\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a\sqrt{a}} - a^6\sqrt{a^5} = \\ & = a \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{6}} - a \cdot a^{\frac{5}{6}} = a^{\frac{6+2+2+1}{6}} - a^{\frac{6+5}{6}} = a^{\frac{11}{6}} - a^{\frac{11}{6}} = 0 \end{aligned}$$

## Příklady

Zjednodušte výrazy s odmocninami:

$$\begin{aligned} 3. \quad & \left( \frac{\sqrt[4]{\frac{1}{x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{x}}}}{\sqrt{\sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x}}}} \right)^{-\frac{1}{2}} = \\ & = \left[ \left( \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{3}} \cdot (x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}} \right)^{\frac{1}{4}} \right]^{-\frac{1}{2}} = \frac{x^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot (-\frac{1}{2})} \cdot x^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot (-\frac{1}{2})}}{x^{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot (-\frac{1}{2})} \cdot x^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot (-\frac{1}{2})}} = \frac{x^{-\frac{1}{16}} \cdot x^{-\frac{1}{16}}}{x^{-\frac{1}{24}} \cdot x^{-\frac{1}{48}}} \\ & = x^{-\frac{1}{16} - \frac{1}{16} + \frac{1}{24} + \frac{1}{48}} = x^{-\frac{3}{48}} = x^{-\frac{1}{16}} \end{aligned}$$

# Procvičení

Upravte následující výrazy s mocninami a odmocninami

$$1. \sqrt{\frac{a}{\sqrt{b}}} \cdot \sqrt{\frac{b}{\sqrt{a}}}$$

$$2. \frac{\left(x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right)^{-3}}{\left(x^3 \cdot y^{-1}\right)^{-\frac{1}{2}}}$$

$$3. \frac{\sqrt{a^3 \sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b^{-1} \sqrt{a^3}}}$$

$$4. \left( \frac{x^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[7]{x^{-5}} \cdot x^0}{x \left(\sqrt[3]{x^2}\right)^{-2}} \right)^{-\frac{14}{5}}$$

# Zdroje:

- Calda E. – Petránek O. – Řepová J.: *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť – 1.část*. Prometheus Praha 1999
- Petáková J.: *Matematika – příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. Prometheus Praha 2004

# Metodický list

- **Zpracoval:** Ing. Joanna Paździorová
- **Cílová skupina:** žák SŠ
- **Rok vytvoření:** 2012
- **Anotace :** Materiál seznamuje žáky s možnostmi úprav výrazů s mocninami a odmocninami. Zavádí se pojem mocnina s racionálním exponentem.
- **Předpokládaný přínos:** Žák zná pojmy mocnina, odmocnina, mocnina s racionálním exponentem. Umí upravovat výrazy s mocninami a odmocninami a stanovit podmínky existence těchto výrazů.
- **Pomůcky:**PC
- **Předpokládaný čas:** 45 min.
- **Postup:** Teoretická část prohlubuje poznatky o mocninách a odmocninách ze ZŠ, zavádí pojem mocnina s racionálním exponentem. Vše názorně vysvětluje na vzorových příkladech. Následují příklady k procvičení učiva.
- Souhlasím se zveřejněním mého příspěvku v knižní či elektronické podobě, jako metodického materiálu.