



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Algebraický tvar komplexního čísla - vlastnosti

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

Zopakujme si:

Komplexní číslo a

je uspořádaná dvojice reálných čísel $[a_1; a_2]$

a_1 je reálná složka, a_2 je imaginární složka

zobrazujeme v Gaussově rovině (0 je počátek soustavy souřadnic, osa x je reálná, osa y je imaginární)

obrazem je bod $A[a_1; a_2]$ nebo vektor $\overrightarrow{OA} = (a_1; a_2)$

Velikost (absolutní hodnota) komplexního čísla a

je nezáporné reálné číslo $|a| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$, pokud je $|a| = 1$, nazývá se komplexní jednotka

Algebraický tvar komplexního čísla a

zapisujeme: $a = a_1 + a_2i$ kde i je imaginární jednotka, pro kterou platí: $i^2 = -1$

číslo opačné k a : $-a = -a_1 - a_2i$

číslo komplexně sdružené k a : $\bar{a} = a_1 - a_2i$

V algebraickém tvaru jsou dána komplexní čísla:

$$a = 4 - 3i \quad b = -2i - 1 \quad c = i \quad d = \sqrt{5} + 2i \quad f = -\sqrt{3} \quad g = \frac{4i - 3}{5}$$

1. Určete reálnou složku (Re) a imaginární složku (Im) jednotlivých komplexních čísel a jejich umístění v Gaussově rovině (kvadrant, osy).
2. K jednotlivým komplexním číslům určete čísla opačná.
3. K jednotlivým komplexním číslům určete čísla komplexně sdružená.
4. Určete velikost jednotlivých komplexních čísel a rozhodněte, zda je číslo komplexní jednotkou.
5. Určete reálnou složku h_1 komplexního čísla $h = h_1 + 6i$ tak, aby $|h| = 10$.
6. Určete výpočtem vzdálenost obrazů komplexních čísel a a c v Gaussově rovině (nejprve proveďte náčrt).
7. Algebraický tvar komplexního čísla $k = 4x - 2yi + 1$. Určete reálná čísla x, y tak, aby se komplexní čísla b a k rovnala.
8. Algebraický tvar komplexního čísla $l = -2x + 5yi + 4i$. Určete reálná čísla x, y tak, aby komplexní číslo l bylo opačné ke komplexnímu číslu c .

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Výsledky:

1.

2.

3.

4.

Komplexní číslo	Re	Im	Umístění	Číslo opačné	Číslo komplexně sdružené	Velikost komplexního čísla
$a = 4 - 3i$	4	-3	4. kvadrant	$-a = -4 + 3i$	$\bar{a} = 4 + 3i$	$ a = 5$
$b = -2i - 1$	-1	-2	3. kvadrant	$-b = 2i + 1$	$\bar{b} = 2i - 1$	$ b = \sqrt{5}$
$c = i$	0	1	osa y	$-c = -i$	$\bar{c} = -i$	$ c = 1$ komplexní jednotka
$d = \sqrt{5} + 2i$	$\sqrt{5}$	2	1. kvadrant	$-d = -\sqrt{5} - 2i$	$\bar{d} = \sqrt{5} - 2i$	$ d = 3$
$f = -\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	0	osa x	$-f = \sqrt{3}$	$\bar{f} = -\sqrt{3}$	$ f = \sqrt{3}$
$g = \frac{4i - 3}{5}$	$-\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	2. kvadrant	$-g = \frac{-4i + 3}{5}$	$\bar{g} = \frac{-4i - 3}{5}$	$ g = 1$ komplexní jednotka

5. $h_1 = 8 \quad h'_1 = -8$

6. $|a, c| = 4\sqrt{2}$

7. $x = -\frac{1}{2} \quad y = 1$

8. $x = 0 \quad y = -1$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Řešení:

1. 2. 3.

1.

2.

3.

Komplexní číslo	Re	Im	Umístění	Číslo opačné	Číslo komplexně sdružené
$a = 4 - 3i$	4	-3	4. kvadrant	$-a = -4 + 3i$	$\bar{a} = 4 + 3i$
$b = -2i - 1$	-1	-2	3. kvadrant	$-b = 2i + 1$	$\bar{b} = 2i - 1$
$c = i$	0	1	osa y	$-c = -i$	$\bar{c} = -i$
$d = \sqrt{5} + 2i$	$\sqrt{5}$	2	1. kvadrant	$-d = -\sqrt{5} - 2i$	$\bar{d} = \sqrt{5} - 2i$
$f = -\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	0	osa x	$-f = \sqrt{3}$	$\bar{f} = -\sqrt{3}$
$g = \frac{4i - 3}{5}$	$-\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	2. kvadrant	$-g = \frac{-4i + 3}{5}$	$\bar{g} = \frac{-4i - 3}{5}$

4.

$$|a| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$$

$$|b| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

$$|c| = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1 \text{ komplexní jednotka}$$

$$|d| = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2} = 3$$

$$|f| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 0^2} = \sqrt{3}$$

$$|g| = \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2} = 1 \text{ komplexní jednotka}$$

5.

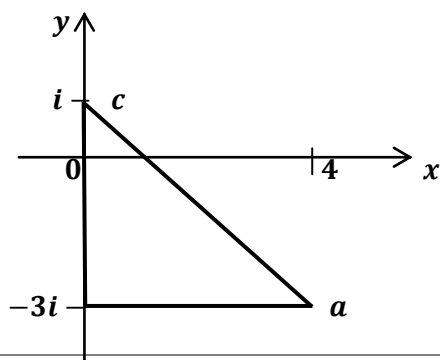
$$\sqrt{(h_1)^2 + 6^2} = 10$$

$$(h_1)^2 + 36 = 100$$

$$(h_1)^2 = 64$$

$$h_1 = 8 \quad h'_1 = -8 \quad \rightarrow \quad h = 8 + 6i \quad h' = -8 + 6i$$

6.



$$|a, c| = \sqrt{4^2 + 4^2}$$

$$|a, c| = \sqrt{32}$$

$$|a, c| = 4\sqrt{2}$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

7.	$b = -2i - 1$	Re	-1	Im	-2
	$k = 4x - 2yi + 1$	Re	$4x + 1$	Im	$-2y$
	$b = k \quad \rightarrow$		$-1 = 4x + 1$		$-2 = -2y$
			$x = -\frac{1}{2}$		$y = 1$
8.	$-c = -i$	Re	0	Im	-1
	$l = -2x + 5yi + 4i$	Re	$-2x$	Im	$5y + 4$
	$-c = l \quad \rightarrow$		$0 = -2x$		$-1 = 5y + 4$
			$x = 0$		$y = -1$