



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Derivace elementárních funkcí

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

# Zadání:

Zopakujme si:

Derivace elementárních funkcí:

- |   |  |
|---|--|
| 1. $(c)' = 0$                                       | $c \in R$  |
| 2. $(x^r)' = r \cdot x^{r-1}$                       | $r \in R, x \in R^+$                                     |
| 3. $(\sin x)' = \cos x$                             | $x \in R$  |
| 4. $(\cos x)' = -\sin x$                            | $x \in R$  |
| 5. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$    | $x \in R - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\right\}$ |
| 6. $(\operatorname{cotg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ | $x \in R - \{k\pi, k \in Z\}$                            |
| 7. $(e^x)' = e^x$                                   | $x \in R$  |
| 8. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$                       | $x \in R^+, a \in R^+ - \{1\}$                           |
| 9. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$                         | $x \in R^+$  |
| 10. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$         | $x \in R^+, a \in R^+ - \{1\}$                           |

Vypočítejte derivace funkce v libovolném bodě D(f):

1.  $y = 5$
2.  $y = \frac{3}{4}$
3.  $y = x^5$
4.  $y = x$
5.  $y = \frac{1}{x^5}$
6.  $y = \frac{1}{x}$
7.  $y = \sqrt{x}$
8.  $y = \sqrt[3]{x}$
9.  $y = \sqrt[3]{x^4}$
10.  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$
11.  $y = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}\right)$
12.  $y = 5^x$
13.  $y = \frac{1}{2^x}$
14.  $y = \log_5 x$
15.  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Výsledky:

1.  $y' = 0$
2.  $y' = 0$
3.  $y' = 5x^4$
4.  $y' = 1$
5.  $y' = -\frac{5}{x^6}$
6.  $y' = -\frac{1}{x^2}$
7.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
8.  $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
9.  $y' = \frac{4\sqrt[3]{x}}{3}$
10.  $y' = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$
11.  $y' = -\frac{4}{3\sqrt[3]{x^7}}$
12.  $y' = 5^x \cdot \ln 5$
13.  $y' = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \ln \frac{1}{2}$
14.  $y' = \frac{1}{x \cdot \ln 5}$
15.  $y' = \frac{1}{x \cdot \ln \frac{1}{3}}$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

## Řešení:

1.  $(5)' = 0$       konstanta

2.  $\left(\frac{3}{4}\right)' = 0$       konstanta

3.  $(x^5)' = 5 \cdot x^{5-1} = 5 \cdot x^4$

4.  $(x)' = (x^1)' = 1 \cdot x^{1-1} = 1 \cdot x^0 = 1$

5.  $\left(\frac{1}{x^5}\right)' = (x^{-5})' = -5 \cdot x^{-6} = -\frac{5}{x^6}$

6.  $\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -1 \cdot x^{-1-1} = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

7.  $(\sqrt{x})' = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

8.  $(\sqrt[3]{x})' = \left(x^{\frac{1}{3}}\right)' = \frac{1}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3} \cdot x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

9.  $(\sqrt[3]{x^4})' = \left(x^{\frac{4}{3}}\right)' = \frac{4}{3} \cdot x^{\frac{4}{3}-1} = \frac{4}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}} = \frac{4\sqrt[3]{x}}{3}$

10.  $\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)' = \left(x^{-\frac{1}{2}}\right)' = -\frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$

11.  $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}\right)' = \left(x^{-\frac{4}{3}}\right)' = -\frac{4}{3} \cdot x^{-\frac{4}{3}-1} = -\frac{4}{3} \cdot x^{-\frac{7}{3}} = -\frac{4}{3\sqrt[3]{x^7}}$

12.  $(5^x)' = 5^x \cdot \ln 5$

13.  $\left(\frac{1}{2^x}\right)' = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x\right)' = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \ln \frac{1}{2}$

14.  $(\log_5 x)' = \frac{1}{x \cdot \ln 5}$

15.  $\left(\log_{\frac{1}{3}} x\right)' = \frac{1}{x \cdot \ln \frac{1}{3}}$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková