



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Derivace operací funkcí

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

# Zadání:

Zopakujme si:

Pravidla pro derivování operací funkcí:

Pro funkce  $u, v$  a konstantu  $c \in \mathbb{R}$  platí:

1.  $(c \cdot u)' = c \cdot u'$
2.  $(u \pm v)' = u' \pm v'$
3.  $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
4.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \quad v \neq 0$

Vypočítejte derivace funkcí:

1.  $y = 5^x + \sqrt[4]{x} - \ln x$
2.  $y = \frac{e^x}{3} - 2 \log_3 x + \frac{4}{x^3} - 4$
3.  $y = \frac{2x^3 - x + 3}{x^2}$
4.  $y = 10^x \cdot x^{10}$
5.  $y = 2\sqrt{x} \cdot \cos x$
6.  $y = (x^2 + 1) \cdot \operatorname{tg} x$
7.  $y = \frac{3 \sin x}{x^3}$
8.  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

Výsledky:

- |  |  |
|--|--|
| 1. $y' = 5^x \ln 5 + \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}} - \frac{1}{x}$ | 5. $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{x}} - 2\sqrt{x} \sin x$ |
| 2. $y' = \frac{e^x}{3} - \frac{2}{x \ln 3} - \frac{12}{x^4}$ | 6. $y' = 2x \operatorname{tg} x + 1$                 |
| 3. $y' = 2 + \frac{1}{x^2} - \frac{6}{x^3}$                  | 7. $y' = \frac{3(x \cos x - 3 \sin x)}{x^4}$         |
| 4. $y' = 10^x x^9 (x \ln 10 + 10)$                           | 8. $y' = \frac{4x}{(x^2 + 1)^2}$                     |

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

## Řešení:

- $$1. (5^x + \sqrt[4]{x} - \ln x)' = (5^x + x^{\frac{1}{4}} - \ln x)' = 5^x \ln 5 + \frac{1}{4} x^{-\frac{3}{4}} - \frac{1}{x} = 5^x \ln 5 + \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}} - \frac{1}{x}$$
- $$2. \left(\frac{e^x}{3} - 2 \log_3 x + \frac{4}{x^3} - 4\right)' = \left(\frac{1}{3} e^x - 2 \log_3 x + 4x^{-3} - 4\right)' = \frac{1}{3} e^x - 2 \frac{1}{x \ln 3} + 4(-3)x^{-4} - 0 =$$
$$= \frac{e^x}{3} - \frac{2}{x \ln 3} - \frac{12}{x^4}$$
- $$3. \left(\frac{2x^3 - x + 3}{x^2}\right)' = \left(\frac{2x^3}{x^2} - \frac{x}{x^2} + \frac{3}{x^2}\right)' = (2x - x^{-1} + 3x^{-2})' = 2 - (-1)x^{-2} + 3(-2)x^{-3} =$$
$$= 2 + \frac{1}{x^2} - \frac{6}{x^3}$$
- $$4. (10^x \cdot x^{10})' = 10^x \ln 10 \cdot x^{10} + 10^x \cdot 10x^9 = 10^x x^9 (x \ln 10 + 10)$$
- $$5. (2\sqrt{x} \cdot \cos x)' = (2x^{\frac{1}{2}} \cdot \cos x)' = 2 \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} \cdot \cos x + 2x^{\frac{1}{2}} \cdot (-\sin x) = \frac{\cos x}{\sqrt{x}} - 2\sqrt{x} \sin x$$
- $$6. ((x^2 + 1) \cdot \operatorname{tg} x)' = 2x \cdot \operatorname{tg} x + (x^2 + 1) \cdot \frac{1}{x^2 + 1} = 2x \operatorname{tg} x + 1$$
- $$7. \left(\frac{3 \sin x}{x^3}\right)' = \frac{3 \cos x \cdot x^3 - 3 \sin x \cdot 3x^2}{x^6} = \frac{3x^2(x \cos x - 3 \sin x)}{x^6} = \frac{3(x \cos x - 3 \sin x)}{x^4}$$
- $$8. \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)' = \frac{2x \cdot (x^2 + 1) - (x^2 - 1) \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x^3 + 2x - 2x^3 + 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{4x}{(x^2 + 1)^2}$$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková