



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Finanční matematika

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zopakujme si:

a **jistina** (uložená či zapůjčená peněžní částka, hodnota majetku)

a_0 počáteční jistina a_n konečná jistina

n **úroková doba** (doba, na kterou je jistina uložena či zapůjčena nebo za kterou provádíme odpisy majetku)

p **úroková míra** (výše odměny ze zapůjčené jistiny, výše odpisu hodnoty majetku)
je vyjádřena v procentech za jedno úrokovací období

r **úročitel** (koeficient pro nárůst či pokles hodnoty)

nárůst hodnoty: $r = \left(1 + \frac{p}{100}\right)$ pokles hodnoty: $r = \left(1 - \frac{p}{100}\right)$

velikost jistiny za n úrokovacích období: $a_n = a_0 \cdot r^n$

poznámka: úrokovací období u uvedených příkladů bude vždy 1 rok

Zadání:

- Na jakou částku vzroste vklad 50 000 Kč za 6 let jestliže:
 - úroková míra po celou dobu je 2,4% ?
 - úroková míra je první tři roky 2,1% a další tři roky 2,8% ?
- Automobil ztrácí opotřebením každoročně 16% své ceny. Jaká bude jeho cena za 10 let, jestliže původně stál 357 000 Kč?
- Za 5 let potřebujeme mít na vkladovém účtu alespoň 200 000 Kč. Úroková míra činí 3,2%. Jakou minimální částku musíme uložit, jestliže s dalšími vklady nepočítáme?
- Jaká byla pořizovací cena stroje, jestliže roční odpis činil 12% a po 8 letech je nabízen za zůstatkovou cenu 38 840Kč.?
- Za jak dlouho vzroste vklad při úrokové míře 1,9% o 30% ?
- Jak velká by musela být úroková míra, aby se vklad za 5 let zdvojnásobil?
- Za jak dlouho klesne hodnota nemovitosti při ročním odpisu 7,5% na třetinu?
- Paní Šikovná si uložila do banky částku 650 000 Kč na šestiletý termínovaný vklad s výhodnou úrokovou mírou 3,1%.
 - Nyní si chce koupit byt za 770 000Kč. Bude jí uspořená částka stačit?
 - Za jak dlouho klesne hodnota bytu o 60% při ročním odpisu 8%?
 - Na jak vysokou úrokovou míru (s přesností na desetiny procent) by před šesti lety musela uložit částku, aby tato částka vzrostla o čtvrtinu?

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Výsledky:

1. a. 57 646 Kč b. 57 813 Kč
2. 62 440 Kč
3. 170 857 Kč
4. 108 000 Kč
5. 14 let
6. 14,87 %
7. 14 let
8. a. 780 666 Kč Uspořená částka bude stačit.
 b. 11 let
 c. 3,8 %

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Řešení:

1.

a. $a_0 = 50\,000$ Kč; $p = 2,4\%$ $\rightarrow r = 1,024$; $a_6 = ?$ Kč

$$a_6 = 50\,000 \cdot 1,024^6 = \mathbf{57\,646\text{ Kč}}$$

Vklad vzroste na 57 646 Kč.

b. $a_0 = 50\,000$ Kč; $p_1 = 2,1\%$ $\rightarrow r_1 = 1,021$; $p_2 = 2,8\%$ $\rightarrow r_2 = 1,028$; $a_6 = ?$ Kč

$$a_6 = 50\,000 \cdot 1,021^3 \cdot 1,028^3 = \mathbf{57\,813\text{ Kč}}$$

Vklad vzroste na 57 813 Kč.

2. $a_0 = 357\,000$ Kč; $p = 16\%$ $\rightarrow r = 0,84$; $a_{10} = ?$ Kč

$$a_{10} = 357\,000 \cdot 0,84^{10} = \mathbf{62\,440\text{ Kč}}$$

Za 10 let klesne cena automobilu na 62 440 Kč.

3. $a_5 = 200\,000$ Kč; $p = 3,2\%$ $\rightarrow r = 1,032$; $a_0 = ?$ Kč

$$200\,000 = a_0 \cdot 1,032^5 \rightarrow a_0 = \frac{200\,000}{1,032^5} = \mathbf{170\,857\text{ Kč}}$$

Musíme uložit alespoň 170 857 Kč.

4. $a_8 = 38\,840$ Kč; $p = 12\%$ $\rightarrow r = 0,88$; $a_0 = ?$ Kč

$$38\,840 = a_0 \cdot 0,88^8 \rightarrow a_0 = \frac{38\,840}{0,88^8} = \mathbf{108\,000\text{ Kč}}$$

Požizovací cena stroje byla 108 000 Kč.

5. $a_0 = 1$ (Kč); $a_n = 1,3$ (Kč); $p = 1,9\%$ $\rightarrow r = 1,019$; $n = ?$ let

(každá koruna vkladu vzroste o 30%, tedy na 1,3 násobek)

$$1,3 = 1 \cdot 1,019^n \rightarrow \log 1,3 = \log 1,019^n \rightarrow n = \frac{\log 1,3}{\log 1,019} = \mathbf{14\text{ let}}$$

Vklad vzroste o 30% přibližně za 14 let.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

6. $a_0 = 1(\text{Kč}); a_5 = 2(\text{Kč}); p = ? \%$

(každá koruna vkladu vzroste na dvojnásobek)

$$2 = 1 \cdot r^5 \rightarrow r = \sqrt[5]{2} \rightarrow r = 1,1487 \rightarrow p = 14,87 \%$$

Úroková míra by musela být 14,87 %.

7. $a_0 = 1(\text{Kč}); a_n = \frac{1}{3}(\text{Kč}); p = 7,5 \% \rightarrow r = 0,925; n = ? \text{ let}$

(každá koruna vkladu klesne na $\frac{1}{3}$)

$$\frac{1}{3} = 1 \cdot 0,925^n \rightarrow \log \frac{1}{3} = \log 0,925^n \rightarrow n = \frac{\log \frac{1}{3}}{\log 0,925} = 14 \text{ let}$$

Hodnota nemovitosti klesne o třetinu přibližně za 14 let.

8.

a. $a_0 = 650\,000 \text{ Kč}; p = 3,1 \% \rightarrow r = 1,031; a_6 = ? \text{ Kč}$

$$a_6 = 650\,000 \cdot 1,031^6 = 780\,666 \text{ Kč}$$

Uspořená částka bude na koupi bytu stačit.

b. $a_0 = 1(\text{Kč}); a_n = 0,4(\text{Kč}); p = 8\% \rightarrow r = 0,92; n = ? \text{ let}$

(každá koruna klesne o 60%, tedy na 40%, což je 0,4 koruny)

$$0,4 = 1 \cdot 0,92^n \rightarrow \log 0,4 = \log 0,92^n \rightarrow n = \frac{\log 0,4}{\log 0,92} = 11 \text{ let}$$

Hodnota bytu klesne o 60% za 11 let.

c. $a_0 = 1(\text{Kč}); a_6 = \frac{5}{4}(\text{Kč}); p = ? \%$

(každá koruna vkladu vzroste o čtvrtinu tedy na $\frac{5}{4}$ koruny)

$$\frac{5}{4} = 1 \cdot r^6 \rightarrow r = \sqrt[6]{\frac{5}{4}} \rightarrow r = 1,0379 \rightarrow p = 3,8 \%$$

Aby částka vzrostla o čtvrtinu, musela by být výše úrokové 3,8 %.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková