



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Limita posloupnosti

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

# Zadání:

Zopakujme si:

Posloupnost  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  má limitu  $L$ :  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$

jestliže  $L \in \mathbf{R}$  je posloupnost **konvergentní** (má vlastní limitu)

jestliže  $L = \pm\infty$  nebo neexistuje je posloupnost **divergentní**

Platí:  $\lim_{n \rightarrow \infty} k = k$ ;  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^c} = 0$ ;  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ (-1)^n \cdot \frac{1}{n^c} \right] = 0$ ;  $k \in \mathbf{R}$ ;  $c \in \mathbf{N}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  kde  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  je geometrická posloupnost (GP) s  $|q| < 1$

Vypočítejte limity posloupností:

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (7 - 0,3^n) =$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( (-1)^n \cdot \frac{12}{n} - \frac{3}{n^3} + \frac{3}{5} \right) =$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-2n}{4n+1} =$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3-2n+5}{4n^4+1} =$

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n-2n^2+3)}{(n-1)(n+1)} =$

6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^3-1}{2-n^3+n^2} \right)^4 =$

7.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1+n-n^2}{2-3n^2+n^3} + \frac{3n^4+2n-1}{3-2n^2-n^4} \right) =$

8.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2+4+6+\dots+2n}{3n^2+2} \right) =$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

**Výsledky:**

1.	7
2.	$\frac{3}{5}$
3.	$-\frac{1}{2}$
4.	0
5.	-2
6.	81
7.	-3
8.	$\frac{1}{3}$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

# Řešení:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (7 - 0,3^n) = \lim_{n \rightarrow \infty} 7 - \lim_{n \rightarrow \infty} 0,3^n = 7 - 0 = 7 \quad 0,3^n \text{ je GP s } |q| < 1$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( (-1)^n \cdot \frac{12}{n} - \frac{3}{n^3} + \frac{3}{5} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} 12 \cdot \left( (-1)^n \cdot \frac{1}{n} \right) - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n^3} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{5} = \\ = 12 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left( (-1)^n \cdot \frac{1}{n} \right) - 3 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{5} = 12 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-2n}{4n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} \cdot \frac{3 \cdot \frac{1}{n} - 2 \cdot \frac{n}{n}}{4 \cdot \frac{n}{n} + \frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} 1 \cdot \frac{3 \cdot 0 - 2 \cdot 1}{4 \cdot 1 + 0} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3-2n+5}{4n^4+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^4} \cdot \frac{3 - 2 \cdot \frac{n}{n^3} + 5 \cdot \frac{1}{n^3}}{4 + \frac{1}{n^4}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{3 - 2 \cdot \frac{n}{n^3} + 5 \cdot \frac{1}{n^3}}{4 + \frac{1}{n^4}} = 0 \cdot \frac{3-2 \cdot 0+5 \cdot 0}{4+0} = 0$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n-2n^2+3)}{(n-1)(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^2} \cdot \frac{3 \cdot \frac{1}{n} - 2 + 3 \cdot \frac{1}{n^2}}{1 - \frac{1}{n^2}} = 1 \cdot \frac{3 \cdot 0 - 2 + 3 \cdot 0}{1-0} = -2$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^3-1}{2-n^3+n^2} \right)^4 = \left( \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3-1}{2-n^3+n^2} \right)^4 = \left( \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^3} \cdot \frac{3 - \frac{1}{n^3}}{2 \cdot \frac{1}{n^3} - 1 + \frac{1}{n}} \right)^4 = \left( \lim_{n \rightarrow \infty} 1 \cdot \frac{3-0}{2 \cdot 0 - 1 + 0} \right)^4 = \\ = (-3)^4 = \mathbf{81}$$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1+n-n^2}{2-3n^2+n^3} + \frac{3n^4+2n-1}{3-2n^2-n^4} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1+n-n^2}{2-3n^2+n^3} \right) + \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^4+2n-1}{3-2n^2-n^4} \right) = \\ = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^3} \cdot \frac{-1}{1} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4}{n^4} \cdot \frac{3}{-1} = 0 \cdot (-1) + 1 \cdot (-3) = -3$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2+4+6+\dots+2n}{3n^2+2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2+4+6+\dots+2n}{3n^2+2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+n^2}{3n^2+2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \\ 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + 2 \cdot n = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + n) = \\ = 2 \cdot \frac{n}{2} (1 + n) = n + n^2$$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková