



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Operace s maticemi

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

Zopakujme si:

Sčítání matic A, B

– podmínka pro sčítání matic: obě matice musí být stejného typu (mají stejný počet řádků a sloupců)

$$C = A + B \rightarrow c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \dots \text{ sčítají se prvky na stejných pozicích}$$

Násobení matice A reálným číslem k

$$C = k \cdot A \rightarrow c_{ij} = k \cdot a_{ij} \dots \text{ číslem } k \text{ vynásobíme všechny prvky matice } A$$

Násobení dvou matic A, B

– podmínka pro násobení matic A · B: počet sloupců matice A musí být roven počtu řádků matice B

- násobení matic není obecně komutativní ($A \cdot B \neq B \cdot A$)
- může se stát, že v opačném pořadí nelze matice vynásobit
- pokud platí $A \cdot B = B \cdot A$ nazýváme matice komutativní

$$C_{(m,n)} = A_{(m,p)} \cdot B_{(p,n)} \rightarrow c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot b_{kj} \dots \text{ skalární součin } i\text{-tého řádku matice } A \\ \text{a } j\text{-tého sloupce matice } B$$

Jsou dány matice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 3 \\ 2 & -4 & 8 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 \\ -4 & 6 & -4 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 9 & -6 \\ 3 & 0 & 12 \end{pmatrix}$$

1. Vypočítejte matici:

- $M = -3A + 2B$
- $N = \frac{1}{2}C - \frac{1}{3}D$
- $P = -B + 2C$
- $R = C \cdot A$
- $S = B \cdot D$
- $T = A^2$

2. Rozhodněte, zda jsou matice A, B komutativní

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Výsledky:

$$1. \quad M = \begin{pmatrix} 7 & 5 & -8 \\ 4 & -2 & 3 \\ -5 & -11 & 19 \end{pmatrix} \quad N = 3 \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad P \text{ nelze vypočítat}$$

$$R = 2 \begin{pmatrix} 11 & 5 & -6 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad S \text{ nelze vypočítat} \quad T = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 3 \\ 2 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A \cdot B = B \cdot A = 2 \begin{pmatrix} 2 & -3 & 6 \\ 6 & -1 & 3 \\ 9 & 3 & -4 \end{pmatrix} \quad \text{matice jsou komutativní}$$

Řešení:

$$1. \quad M = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -6 \\ -6 & 0 & -3 \\ -9 & -3 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 2 & -2 \\ 10 & -2 & 6 \\ 4 & -8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 5 & -8 \\ 4 & -2 & 3 \\ -5 & -11 & 19 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 \\ -2 & 3 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -1 & 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 6 \\ -3 & 3 & -6 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

P nelze vypočítat, matice B a C nejsou stejného typu

$$R = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 \\ -4 & 6 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 10 & -12 \\ -4 & 0 & 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 11 & 5 & -6 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

S nelze vypočítat, protože počet sloupců matice B je tři, ale počet řádků matice D je dva

$$T = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 3 \\ 2 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 3 \\ 2 & -4 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 & 12 \\ 12 & -2 & 6 \\ 18 & 6 & -8 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 2 & -3 & 6 \\ 6 & -1 & 3 \\ 9 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 3 \\ 2 & -4 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 & 12 \\ 12 & -2 & 6 \\ 18 & 6 & -8 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 2 & -3 & 6 \\ 6 & -1 & 3 \\ 9 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

$A \cdot B = B \cdot A$ matice jsou komutativní