



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Užití aritmetické posloupnosti

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

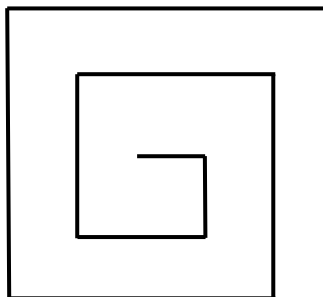
Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

Pro řešení následujících příkladů využijte vlastností aritmetické posloupnosti:

1. Určete součet
 - a. všech trojčiferných sudých čísel
 - b. všech dvojčiferných čísel, která po dělení čtyřmi dávají zbytek jedna.
2. Sportovec na 14 denním soustředění jezdil denně na kole. Každý den zvyšoval ujetou vzdálenost o 4 000 m a poslední den ujel 107 km. Kolik km ujel na kole první den? Kolik km najezdil během soustředění celkem?
3. Pro návštěvníky letního festivalu je budováno hlediště s počtem 2 325 míst k sezení. Do první řady je plánováno 30 míst, do každé následující postupně o 3 více. Kolik řad míst k sezení bude hlediště mít? Kolik míst bude v poslední řadě?
4. V pohádce o sedmero krkavcích bylo sedm bratrů, z nichž každý se narodil přesně 4 roky po předchozím. Když byl nejstarší z bratrů právě 2,5 krát starší než nejmladší, matka všechny zaklela. Kolik let bylo sedmero bratrům krkavcům, když je jejich matka zaklela?
5. Šperk vytvořený z drátku a korálků má tvar „lomené spirály“, jejíž část je znázorněna na obrázku. Drátek vytváří dvacet rovných úseků, na kterých jsou navléknuty korálky. Na prvním úseku uprostřed jsou 4 korálky, na každém dalším je vždy o 3 korálky víc než na předchozím. Určete:
 - a. počet korálků je na desátém úseku,
 - b. celkový počet korálků na šperku.

Obrázek k příkladu 5.



Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Výsledky:

1. a. 247 050 b. 1 210
2. 55 km první den, 1 134 km celkem
3. 31 řad, 120 míst v poslední řadě
4. 16 let, 20 let, 24 let, 28 let, 32 let, 36 let, 40 let.
5. 31 korálků na desátém úseku, 650 korálků celkem

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Řešení:

Pro výpočet neznámých hodnot využijeme vzorce:

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

1.

- a. $a_1 = 100$ (první trojciferné sudé číslo), $a_n = 998$ (poslední trojciferné sudé číslo),
 $d = 2$ (sudá čísla), $n = ?$, $s_n = ?$

Dosadíme do vzorce:

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$998 = 100 + (n - 1) \cdot 2$$

$$s_{450} = \frac{450}{2} (100 + 998)$$

$$\mathbf{n = 450}$$

$$\mathbf{s_{450} = 247\,050}$$

Součet všech trojciferných sudých čísel je 247 050.

- b. $a_1 = 13$ (první dvojciferné číslo, které po dělení 4 dává zbytek 1),
 $a_n = 97$ (poslední dvojciferné číslo, které po dělení 4 dává zbytek 1),
 $d = 4$ (dělitelné 4), $n = ?$, $s_n = ?$

Dosadíme do vzorce:

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$97 = 13 + (n - 1) \cdot 4$$

$$s_{22} = \frac{22}{2} (13 + 97)$$

$$\mathbf{n = 22}$$

$$\mathbf{s_{22} = 1\,210}$$

Součet všech dvojciferných čísel, která po dělení čtyřmi dávají zbytek jedna je 1 210.

2. $n = 14$ dní, $d = 4\,000\text{ m} = 4\text{ km}$, $a_{14} = 107\text{ km}$, $a_1 = ?$, $s_{14} = ?$

Dosadíme do vzorce:

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$107 = a_1 + 13 \cdot 4$$

$$s_{14} = \frac{14}{2} (a_1 + 107)$$

$$\mathbf{a_1 = 55\text{ km}}$$

$$\mathbf{s_{14} = 1\,134\text{ km}}$$

Sportovec na kole ujel první den 55 km a celkem za 14 dní najezdil 1 134 km.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

3. $a_1 = 30$ míst, $s_n = 2\,325$ míst, $d = 3$ místa, $n = ?$, $a_n = ?$

Dosadíme do vzorců:

$$s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \quad a \quad a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$2\,325 = \frac{n}{2} (30 + a_n) \quad \leftarrow \quad a_n = 30 + (n - 1) \cdot 3$$

$$2\,325 = \frac{n}{2} (30 + 27 + 3n) \quad a_n = 27 + 3n$$

$$n^2 + 19n - 1\,550 = 0 \quad D = 6\,561$$

$$n_1 = \frac{-19+81}{2} = 31 \quad \textbf{řad je 31}$$

$$n_2 = \frac{-19-81}{2} = -50 \quad n_2 \notin \mathbb{N}$$

$$a_{31} = 30 + 30 \cdot 3 = \mathbf{120 \text{ míst}}$$

Hlediště bude mít 31 řad a v poslední řadě bude 120 míst k sezení.

4. $d = 4$ roky, $n = 7$ bratrů, platí: $a_7 = 2,5 \cdot a_1$, máme určit členy a_1 až a_7

$$\begin{array}{l} \text{Ze vztahu } a_n = a_1 + (n - 1) d \text{ platí: } a_7 = a_1 + 6 \cdot 4 \\ \text{ze zadání platí: } a_7 = 2,5 \cdot a_1 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} a_1 + 24 = 2,5 \cdot a_1 \\ \mathbf{a_1 = 16} \end{array}$$

Nejmladšímu bratrovi bylo 16 let, každý další bratr byl vždy o 4 roky starší než předchozí.

Věk dalších bratrů tedy byl 20 let, 24 let, 28 let, 32 let, 36 let, 40 let.

Když matka bratry zaklela, bylo jim právě 16 let, 20 let, 24 let, 28 let, 32 let, 36 let a 40 let.

5. $a_1 = 4$ korálky, $d = 3$ korálky, $n = 20$ úseků, $a_{10} = ?$ $s_{20} = ?$

Dosadíme do vzorců:

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$a_{10} = 4 + 9 \cdot 3 = \mathbf{31 \text{ korálků}}$$

$$s_{20} = \frac{20}{2} (4 + 61) = \mathbf{650 \text{ korálků}}$$

$$a_{20} = 4 + 19 \cdot 3 = 61 \text{ korálků}$$

Na desátém úseku je 31 korálků a na šperku je celkem 650 korálků.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková