



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Exponenciální rovnice

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

1. Řešte exponenciální rovnici v \mathbb{R} :

$$4^{x+1} \cdot \sqrt{2^{2x}} = \frac{2^{x-1}}{8}$$

Řešení

$$4 \cdot 4^x \cdot 2^x = 2^{x-1} \cdot 2^{-3}$$

$$2^2 \cdot 2^{2x} \cdot 2^x = 2^{x-4}$$

$$2^{2+2x+x} = 2^{x-4}$$

$$2 + 3x = x - 4$$

$$2x = -6$$

$$x = -3$$

$$K = \{-3\}$$

2. Řešte exponenciální rovnici v \mathbb{R} a proveďte zkoušku:

$$\frac{3^{x^2}}{9^x} = \frac{9}{3^x}$$

Řešení

$$\frac{3^{x^2}}{3^{2x}} = \frac{3^2}{3^x}$$

$$3^{x^2-2x} = 3^{2-x}$$

$$x^2 - 2x = 2 - x$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1 = 9$$

$$x_1 = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{1-3}{2} = -1$$

Zkouška:

$$L_1 = \frac{3^{2^2}}{3^{2 \cdot 2}} = 1$$

$$P_1 = \frac{9}{3^2} = 1$$

$$L_1 = P_1$$

$$L_2 = \frac{3^{(-1)^2}}{3^{2 \cdot (-1)}} = \frac{3}{3^{-2}} = 27$$

$$P_2 = \frac{9}{3^{-1}} = 27$$

$$L_2 = P_2$$

$$K = \{-1; 2\}$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

3. Řešte s využitím substituce následující exponenciální rovnice v \mathbb{R} :

a. $3^x - 2 = \frac{3^{x+2} - 12}{3}$

Řešení

$$3^x - 2 = \frac{3^x \cdot 3^2 - 12}{3}$$

$$\text{substituce: } t = 3^x \qquad 3^x = 1$$

$$t - 2 = \frac{9t - 12}{3} \qquad 3^x = 3^0$$

$$t - 2 = 3t - 4 \qquad \mathbf{x = 0}$$

$$2 = 2t$$

$$t = 1 \qquad K = \{0\}$$

b. $5^x + 5^{1-x} = 6$

Řešení

$$5^x + 5 \cdot 5^{-x} = 6$$

$$5^x + \frac{5}{5^x} = 6$$

$$\text{substituce: } t = 5^x \qquad 5^x = 5 \qquad 5^x = 1$$

$$t + \frac{5}{t} = 6 \qquad 5^x = 5^1 \qquad 5^x = 5^0$$

$$t^2 + 5 = 6t \qquad \mathbf{x = 1} \qquad \mathbf{x = 0}$$

$$t^2 - 6t + 5 = 0$$

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 16$$

$$t_1 = \frac{6 + 4}{2} = 5$$

$$t_2 = \frac{6 - 4}{2} = 1 \qquad K = \{0; 1\}$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod