



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Logaritmické rovnice

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

1. Řešte logaritmické rovnice v  $\mathbb{R}$ :

a.  $\frac{1+\log_2 x}{1-\log_2 x} = 3$

$$1 + \log_2 x = 3 \cdot (1 - \log_2 x)$$

$$1 + \log_2 x = 3 - 3 \log_2 x$$

$$4 \log_2 x = 2$$

$$\log_2 x = \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{2}$$

$$K = \{\sqrt{2}\}$$

b.  $\log_5 25 - \log_5 125 = 1 - \log_5 x$

$$2 - 3 = 1 - \log_5 x$$

$$\log_5 x = 2$$

$$x = 25$$

$$K = \{25\}$$

c.  $\log(x+1) + \log(2x-3) - \log(3x-5) = 0$

$$\log(x+1) \cdot (2x-3) = \log(3x-5)$$

$$(x+1) \cdot (2x-3) = (3x-5)$$

$$2x^2 + 2x - 3x - 3 = 3x - 5$$

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

v rozporu s podmínkou  $x > \frac{5}{3}$

$$K = \emptyset$$

d.  $2 \log(x-2) = \log(x-1) + \log x$

$$\log(x-2)^2 = \log(x-1) \cdot x$$

$$(x-2)^2 = (x-1) \cdot x$$

$$x^2 - 4x + 4 = x^2 - x$$

$$-3x = -4$$

$$x = \frac{4}{3}$$

v rozporu s podmínkou  $x > 2$

$$K = \emptyset$$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

$$\text{e. } \log_3^2 x - 4 \log_3 x + \log_3 27 = 0$$

$$\log_3^2 x - 4 \log_3 x + 3 = 0$$

$$\text{substituce: } t = \log_3 x$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 = 4$$

$$t_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$t_1 = 3$$

$$\log_3 x = 3$$

$$x = 27$$

$$t_2 = 1$$

$$\log_3 x = 1$$

$$x = 3$$

$$K = \{3, 27\}$$

2. S využitím logaritmování řešte exponenciální rovnice v  $\mathbb{R}$ :

$$\text{a. } 2^{x+1} = 3^x$$

$$\log 2^{x+1} = \log 3^x$$

$$(x+1) \cdot \log 2 = x \cdot \log 3$$

$$x \log 2 + \log 2 = x \log 3$$

$$x \cdot (\log 2 - \log 3) = -\log 2$$

$$x = \frac{-\log 2}{\log 2 - \log 3}$$

$$\text{b. } 4^{x-1} = 5^{x+2}$$

$$\log 4^{x-1} = \log 5^{x+2}$$

$$(x-1) \cdot \log 4 = (x+2) \cdot \log 5$$

$$x \log 4 - \log 4 = x \log 5 + 2 \log 5$$

$$x \cdot (\log 4 - \log 5) = 2 \log 5 + \log 4$$

$$x = \frac{2 \log 5 + \log 4}{\log 4 - \log 5}$$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
 Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod