



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Rovnice s odmocninou

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Řešte v  $\mathbb{R}$  následující rovnice a proveďte zkoušku:

a)  $\sqrt{x^2 - 4} + 2 = x$

b)  $\sqrt{4 + 2x - x^2} = 1 + 2x$

c)  $\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} = 1$

d)  $\sqrt{1 + \sqrt{3x - 9}} = \sqrt{x - 2}$

e)  $\sqrt{x} + \sqrt{x - 2} = 2$

f)  $\sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 1} = \sqrt{3x - 1}$

Výsledky:

a)  $K = \{2\}$

b)  $K = \left\{\frac{3}{5}\right\}$

c)  $K = \{1\}$

d)  $K = \{3; 6\}$

e)  $K = \left\{\frac{9}{4}\right\}$

f)  $K = \{1\}$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Řešení:

$$\begin{aligned}\text{a) } \sqrt{x^2 - 4} + 2 &= x \\ \sqrt{x^2 - 4} &= x - 2 \\ x^2 - 4 &= (x - 2)^2 \\ x^2 - 4 &= x^2 - 4x + 4 \\ -4 &= -4x + 4 \\ 4x &= 8 \\ x &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b) } \sqrt{4 + 2x - x^2} &= 1 + 2x \\ 4 + 2x - x^2 &= 1 + 4x + 4x^2 \\ 0 &= 5x^2 + 2x - 3 \\ \\ D &= 2^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-3) = 64 \\ x_1 &= \frac{-2 + 8}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \\ x_2 &= \frac{-2 - 8}{10} = \frac{-10}{10} = -1\end{aligned}$$

Zkouška:

$$\begin{aligned}L &= \sqrt{2^2 - 4} + 2 = \sqrt{0} + 2 = 2 \\ P &= 2 \\ L &= P\end{aligned}$$

$$K = \{2\}$$

Zkouška:

$$\begin{aligned}L_1\left(\frac{3}{5}\right) &= \sqrt{4 + 2 \cdot \frac{3}{5} - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{121}{25}} = \frac{11}{5} \\ P_1\left(\frac{3}{5}\right) &= 1 + 2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{11}{5} \\ L_1\left(\frac{3}{5}\right) &= P_1\left(\frac{3}{5}\right) \\ L_2(-1) &= \sqrt{4 + 2 \cdot (-1) - (-1)^2} = \sqrt{1} = 1 \\ P_2(-1) &= 1 + 2 \cdot (-1) = -1 \\ L_2(-1) &\neq P_2(-1)\end{aligned}$$

$$K = \left\{\frac{3}{5}\right\}$$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

$$c) \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} = 1$$

$$x + 2\sqrt{x-1} = 1$$

$$2\sqrt{x-1} = 1 - x$$

$$4 \cdot (x-1) = 1 - 2x + x^2$$

$$4x - 4 = 1 - 2x + x^2$$

$$0 = x^2 - 6x + 5$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = 1$$

Zkouška:

$$L_1(5) = \sqrt{5 + 2\sqrt{5-1}} = \sqrt{9} = 3$$

$$P_1(5) = 1$$

$$L_1(5) \neq P_1(5)$$

$$L_2(1) = \sqrt{1 + 2\sqrt{1-1}} = \sqrt{1} = 1$$

$$P_2(1) = 1$$

$$L_2(1) = P_2(1)$$

$$K = \{1\}$$

$$d) \sqrt{1 + \sqrt{3x-9}} = \sqrt{x-2}$$

$$1 + \sqrt{3x-9} = x - 2$$

$$\sqrt{3x-9} = x - 3$$

$$3x - 9 = x^2 - 6x + 9$$

$$0 = x^2 - 9x + 18$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 3$$

Zkouška:

$$L_1(6) = \sqrt{1 + \sqrt{3 \cdot 6 - 9}} = \sqrt{4} = 2$$

$$P_1(6) = \sqrt{6-2} = 2$$

$$L_1(6) = P_1(6)$$

$$L_2(3) = \sqrt{1 + \sqrt{3 \cdot 3 - 9}} = \sqrt{1} = 1$$

$$P_2(3) = \sqrt{3-2} = 1$$

$$L_2(3) = P_2(3)$$

$$K = \{3; 6\}$$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

e)  $\sqrt{x} + \sqrt{x-2} = 2$

$$x + 2\sqrt{x}\sqrt{x-2} + x - 2 = 4$$

$$2x - 2 + 2\sqrt{x \cdot (x-2)} = 4$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x} = 6 - 2x$$

$$\sqrt{x^2 - 2x} = 3 - x$$

$$x^2 - 2x = 9 - 6x + x^2$$

$$4x = 9$$

$$x = \frac{9}{4}$$

Zkouška:

$$L = \sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt{\frac{9}{4} - 2} = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}} = 2$$

$$P = 1$$

$$L = P$$

$$K = \left\{\frac{9}{4}\right\}$$

f)  $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} = \sqrt{3x-1}$

$$x - 1 + 2\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1} + x + 1 = 3x - 1$$

$$2x + 2\sqrt{(x-1) \cdot (x+1)} = 3x - 1$$

$$2\sqrt{x^2 - 1} = x - 1$$

$$4 \cdot (x^2 - 1) = x^2 - 2x + 1$$

$$4x^2 - 4 = x^2 - 2x + 1$$

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5) = 64$$

$$x_1 = \frac{-2 + 8}{6} = 1$$

$$x_2 = \frac{-2 - 8}{6} = \frac{-10}{6} = -\frac{5}{3}$$

Zkouška:

$$L_1(1) = \sqrt{1-1} + \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$P_1(1) = \sqrt{3 \cdot 1 - 1} = \sqrt{2}$$

$$L_1(1) = P_1(1)$$

$$L_2\left(-\frac{5}{3}\right) = \sqrt{-\frac{5}{3} - 1} + \sqrt{-\frac{5}{3} + 1} = \sqrt{-\frac{8}{3}} +$$

...

NELZE ODMOCNIT ZÁPORNÉ ČÍSLO!

$$K = \{1\}$$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.