



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Název projektu:** Podpora výuky v technických oborech

**Registrační číslo projektu:** CZ.1.07/1.5.00/34.0458

**Název šablony:** III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

**Název školy:** Střední odborná škola NET OFFICE Orlová, spol. s r.o.

**Vypracoval:** Mgr. Pavel Michelsohn

## Materiál č. 11 – Obecná rovnice roviny

### Teorie

---

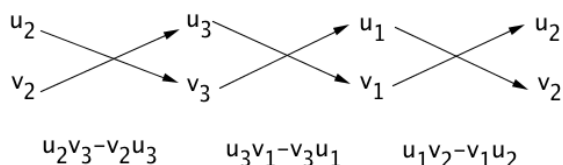
**Opakování:** parametrická rovnice roviny v prostoru

$$X = A + t \cdot u + s \cdot v, \quad t, s \in \mathbb{R}$$

**vektorový součin**

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2v_3 - u_3v_2, \quad u_3v_1 - u_1v_3, \quad u_1v_2 - u_2v_1)$$

Tenhle vzorec se pamatuje celkem těžko, proto existuje pomůcka, jak si ho zapamatovat:



---

### Nové učivo:

Obecná rovnice roviny je další způsob vyjádření roviny v prostoru. Obecná rovnice roviny v prostoru je podobná obecné rovnici přímky v rovině.

### Definice:

Rovnice  $ax + by + cz + d = 0$ ,  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,

kde alespoň jedno z čísel  $a, b, c$  je nenulové, se nazývá **obecná rovnice** roviny  $\alpha$ .

Vektor  $\mathbf{n}$ , který je kolmý ke všem vektorům ležícím v rovině, nazýváme **normálovým vektorem** této roviny.

V obecné rovnici  $ax + by + cz + d = 0$  roviny  $\alpha$ , představují  $x, y, z$  souřadnice bodu  $P[x, y, z]$ , který v rovině leží a  $a, b, c$  jsou souřadnice normálového vektoru  $\mathbf{n} = (a, b, c)$ .

---

### Příklad

---

1/ Určete obecnou rovnici roviny  $ABC$ , kde  $A[2; -2; 1]$ ,  $B[1; -1; 4]$  a  $C[0; 0; 1]$ .

**Řešení:**

- Nejprve určíme normálový vektor této roviny. Ten vypočítáme jako vektorový součin vektorů  $AB$  a  $AC$ .  $AB = (-1; 1; 3)$ ,  $AC = (-2; 2; 0)$ ,  $AB \times AC = (-6; -6; 0)$ .
- Podle předcházející věty tento vektor určuje koeficienty  $a, b, c$  obecné rovnice roviny  $ABC$ . Ta pak vypadá takto:  $-6x - 6y + 0z + d = 0$ .
- Zbývá dopočítat koeficient  $d$ . Ten získáme, dosadíme-li do rovnice souřadnice některého z bodů  $A, B, C$ . Pro jednoduchost zvolíme bod  $C$  a dojdeme k  $d = 0$ . Hledaná obecná rovnice má tvar:

$$-6x - 6y = 0.$$

## Cvičení

---

2/ Napište obecnou rovnici roviny ABC:

a)  $A[1,0,2], B[-1,1,-2], C[3,2,0]$   $x - 2y - z + 1 = 0$

b)  $A[1,1,4], B[-1,2,1], C[0,-1,0]$   $2x + y - z + 1 = 0$

3/ Zjistěte, zda body X leží v rovině  $\alpha$ :

a)  $X[1,1,-1], \alpha: 3x - 2y + z = 0$  *leží*

b)  $X[0,2,1], \alpha: x - 2y - 2z + 1 = 0$  *neleží*

4/ Jakou obecnou rovnici má rovina s parametrickými rovnicemi:  $x = 1 - t, y = -3 + s, z = t - s$

*Řešení:*  $x + y + z + 2 = 0$

5/ Určete číslo  $d$  tak, aby rovina  $5x - y + z + d = 0$  procházela bodem  $A[4,2,7]$ .

*Řešení:*  $d = -25$

---

## Použité zdroje:

1/ KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: analytická geometrie. 2.*, upr. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 220 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6163-9.

## **Metodický list**

---

*Zpracoval:* Mgr. Pavel Michelsohn

*Cílová skupina:* žáci středních škol

*Rok vytvoření:* 2012

*Anotace:* Obecná rovnice roviny v prostoru

*Předpokládaný přínos (výstup):* Žáci se seznámí s obecnou rovnicí roviny v prostoru, s pojmem normálový vektor, zopakují si výpočet vektorového součinu. Naučí se pracovat s obecnou rovnicí a poznají vztah mezi parametrickou a obecnou rovnicí roviny.

*Pomůcky:* dataprojektor, počítač

*Předpokládaný čas:* 40 minut

*Postup:* Teoretický základ představuje definování nového učiva, příklady v materiálu jsou určeny k jeho pochopení a k procvičení.

Souhlasím se zveřejněním mého příspěvku v knižní či elektronické podobě, jako metodického materiálu.