



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Gravitační pole

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

# Zadání:

1. Určete velikost sil, kterými se přitahují dvě dotýkající se homogenní koule, je-li hmotnost první koule 12 t a její poloměr 10 m a hmotnost druhé 15 t a poloměr 12 m.
2. Určete poměr sil, kterými přitahuje Slunce Venuši a Slunce Zemi. Hmotnosti objektů a jejich vzdálenosti si dohledejte sami.
3. Dva hmotné body, z nichž každý má hmotnost  $m$ , se přitahují ve vzdálenosti  $r$  gravitační silou **90 N**. Jak velkou silou se přitahují hmotné body:
  - a. ve vzdálenosti  $3r$ ,
  - b. ve vzdálenosti  $\frac{r}{3}$ ,
  - c. ve vzdálenosti  $r$ , jestliže se hmotnost každého z hmotných bodů zdvojnásobí.
4. V blízké budoucnosti se možná vypravíte na Mars. Určete gravitační zrychlení na povrchu Marsu a sílu, kterou budete k této planetě přitahováni. Hmotnost planety a její poloměr si dohledejte sami.
5. Určete hmotnost a hustotu Jupiteru, víte-li že jeho průměr je 143000 km a intenzita gravitačního pole Jupiteru na jeho povrchu je  $23 \frac{N}{kg}$ .
6. V jaké výšce nad povrchem Země je gravitační zrychlení 5x menší než na jejím povrchu?

Výsledky:

1.  $2,48 \cdot 10^{-5} \text{ N}$
2. 1,57 x
3. 10 N; 810 N; 360 N
4.  $3,7 \text{ m/s}^2$ ;  $F = m \cdot 3,7$
5.  $1,76 \cdot 10^{27} \text{ kg}$ ;  $1150 \text{ kg/m}^3$
6. 7770 km

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

## Řešení:

1. Určete velikost sil, kterými se přitahují dvě dotýkající se homogenní koule, je-li hmotnost první koule 12 t a její poloměr 10 m a hmotnost druhé 15 t a poloměr 12 m.

Řešení:

$$m_1 = 12\text{ t} = 12\,000\text{ kg}$$

$$r_1 = 10\text{ m}$$

$$m_2 = 15\text{ t} = 15\,000\text{ kg}$$

$$r_2 = 12\text{ m}$$

$$F = ?$$

$$\text{Newtonův gravitační zákon: } F = \chi \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \quad \chi = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

$$F = \chi \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{12\,000 \cdot 15\,000}{(10 + 12)^2}$$

$$\underline{\underline{F = 2,48 \cdot 10^{-5} \text{ N}}}$$

Odpověď:

Homogenní koule se vzájemně přitahují silou  $2,48 \cdot 10^{-5} \text{ N}$ .

2. Určete poměr sil, kterými přitahuje Slunce Venuši a Slunce Zemi. Hmotnosti objektů a jejich vzdálenosti si dohledejte sami.

Řešení:

$$M_{\text{Slunce}} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$M_{\text{Země}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$M_{\text{Venuše}} = 4,87 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$r_{(\text{Slunce-Země})} = 150 \cdot 10^6 \text{ km} = 150 \cdot 10^9 \text{ m}$$

$$r_{(\text{Slunce-Venuše})} = 108 \cdot 10^6 \text{ km} = 108 \cdot 10^9 \text{ m}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = ?$$

Newtonův gravitační zákon:  $F = \chi \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ ,  $\chi = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

$$F_1 = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(150 \cdot 10^9)^2}$$

$$\underline{\underline{F_1 = 3,557 \cdot 10^{22} \text{ N}}}$$

$$F_2 = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30} \cdot 4,87 \cdot 10^{24}}{(108 \cdot 10^9)^2}$$

$$\underline{\underline{F_2 = 5,57 \cdot 10^{22} \text{ N}}}$$

Poměr sil  $\frac{F_2}{F_1} = \frac{5,57 \cdot 10^{22}}{3,557 \cdot 10^{22}} = 1,57$

Odpověď:

Síla, kterou je Venuše přitahována ke Slunci je zhruba 1,57krát větší, než jakou je přitahována ke Slunci Země.

3. Dva hmotné body, z nichž každý má hmotnost  $m$ , se přitahují ve vzdálenosti  $r$  gravitační silou  $90\text{ N}$ . Jak velkou silou se přitahují hmotné body:

- ve vzdálenosti  $3r$ ,
- ve vzdálenosti  $\frac{r}{3}$ ,
- ve vzdálenosti  $r$ , jestliže se hmotnost každého z hmotných bodů zdvojnásobí.

Řešení:

a.

$$m, r, F_1 = 90\text{ N}$$

$$F_2 = ?, r_2 = 3r$$

$$F = \chi \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = \chi \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = \chi \frac{m_1 \cdot m_2}{(3r)^2} = \chi \frac{m_1 \cdot m_2}{9r^2}$$

velikost síly bude 9x menší, tj. 10 N

b.

$$m, r, F_1 = 90\text{ N}$$

$$F_2 = ?, r_2 = \frac{r}{3}$$

$$F = \chi \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = \chi \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = \chi \frac{m_1 \cdot m_2}{\left(\frac{r}{3}\right)^2} = 9\chi \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

velikost síly je 9x větší, tj. 810 N

c.

$$m, r, F_1 = 90\text{ N}$$

$$F_2 = ?, m_1 = m_2 = 2m$$

$$F = \chi \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = \chi \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = \chi \frac{2m_1 \cdot 2m_2}{r^2} = \chi \frac{4m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

velikost síly je 4x větší, tj. 360 N

Odpověď:

Jestliže se vzdálenost 3x zvětší, velikost síly se 9x zmenší, bude tedy 10 N. Jestliže se vzdálenost 3x zmenší,

velikost síly se 9x zvětší, bude tedy 810 N. Jestliže se hmotnost každého z hmotných bodů zdvojnásobí, síla se zvětší 4 x, bude tedy 360 N.

4. V blízké budoucnosti se možná vypravíte na Mars. Určete gravitační zrychlení na povrchu Marsu a sílu, kterou budete k této planetě přitahováni. Hmotnost planety a její poloměr si dohledejte sami.

Řešení:

$$a = ?$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

$$r = 3396 \text{ km} = 3396000 \text{ m}$$

$$a = K = \chi \frac{m}{r^2}$$

$$a = \chi \frac{m}{r^2}$$

$$a = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6,4 \cdot 10^{23}}{3396000^2}$$

$$\underline{\underline{a = 3,7 \text{ m/s}^2}}$$

Uvažujeme-li hmotnost člověka  $m = 70 \text{ kg}$ , bude přitahován k Marsu silou:  $\underline{\underline{F = 70 \cdot 3,7 = 259 \text{ N}}}$

Odpověď:

Gravitační zrychlení na povrchu Marsu je  $3,7 \text{ m/s}^2$  a člověk o hmotnosti  $70 \text{ kg}$  by tam byl přitahován silou  $259 \text{ N}$ .

5478

5. Určete hmotnost a hustotu Jupiteru, víte-li že jeho průměr je 143 000 km a intenzita gravitační pole Jupiteru na jeho povrchu je  $23 \frac{N}{kg}$ .

Řešení:

$$m = ?$$

$$\rho = ?$$

$$d = 143000 \text{ km} \rightarrow r = 71500 \text{ km} = 71,5 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$a = K = \chi \frac{m}{r^2}$$

$$K = 23 \frac{N}{kg}$$

$$K = \chi \frac{m}{r^2} \cdot r^2$$

$$K \cdot r^2 = \chi \cdot m \div \chi$$

$$m = \frac{K \cdot r^2}{\chi}$$

$$m = \frac{K \cdot r^2}{\chi}$$

$$m = \frac{23 \cdot (71,5 \cdot 10^6)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}}$$

$$m = \underline{\underline{1,76 \cdot 10^{27} \text{ kg}}}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = \frac{1,76 \cdot 10^{27}}{1,53 \cdot 10^{24}}$$

$$\rho = \underline{\underline{1150 \frac{kg}{m^3}}}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi (71,5 \cdot 10^6)^3$$

$$V = \underline{\underline{1,53 \cdot 10^{24} \text{ m}^3}}$$

Odpověď:

Hmotnost Jupiteru ze zadaných hodnot je  $1,76 \cdot 10^{27} \text{ kg}$  a tomu odpovídá hustota  $1150 \frac{kg}{m^3}$ .

6. V jaké výšce nad povrchem Země je gravitační zrychlení 5x menší než na jejím povrchu?

Řešení:

$$a = \frac{a_g}{5} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$h = ?$$

$$R = 6378 \text{ km} = 6378000 \text{ m}$$

$$M = 6.10^{24} \text{ kg}$$

$$a = \chi \frac{M}{(R+h)^2}$$

$$a = \chi \frac{M}{(R+h)^2} \quad / \cdot (R+h)^2$$

$$a \cdot (R+h)^2 = \chi \cdot M \quad / : a$$

$$(R+h)^2 = \frac{\chi \cdot M}{a} \quad / \sqrt{\phantom{x}}$$

$$R+h = \sqrt{\frac{\chi \cdot M}{a}} \quad / - R$$

$$h = \sqrt{\frac{\chi \cdot M}{a}} - R$$

$$h = \sqrt{\frac{\chi \cdot M}{a}} - R$$

$$h = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6.10^{24}}{2}} - 6378000$$

$$\underline{\underline{h = 7,77 \cdot 10^6 \text{ m} = 7768 \text{ km}}}$$

Odpověď:

Pětkrát menší gravitační zrychlení než na povrchu Země je ve výšce 7770 km.