



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pohyb po kružnici

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

1. Převed'te na radiány: 135° , 360° , 200° , 15° .
2. Převed'te na stupně: $\frac{2}{3}\pi$, $\frac{1}{18}\pi$, $\frac{11}{12}\pi$, $\frac{6}{5}\pi$.
3. Určete počet otáček za minutu pračky o průměru 40 cm, jejíž dostředivé zrychlení je $3162,6 \frac{m}{s^2}$.
4. Určení otáček vrtáku se obvykle určuje z tzv. řezné rychlosti. Určete frekvenci otáčení vrtáku, o kterém z nabídky firmy víme: $D = 4 \text{ mm}$, $v = 12 \frac{m}{min}$. Je v katalogu uvedena správná hodnota, je-li k těmto údajům uvedeno, že vrták vykoná 955 otáček za minutu?
5. Průměr kola traktoru je 120 cm. Určete nejvyšší a nejnižší hodnotu rychlostí bodů na obvodu kola vzhledem k zemi, je-li úhlová rychlost $4 \frac{rad}{s}$. Načrtněte obrázek a zakreslete bod s nejnižší a nejvyšší rychlostí.
6. Cyklista jede rychlostí $18 \frac{km}{h}$ po trajektorii tvaru kružnice o poloměru 30 m. Určete délku trasy a dobu, za kterou ji projede.
7. Rychlost rovnoměrného pohybu družice po kružnici kolem Země je $7,546 \frac{km}{s}$. Družice se pohybuje ve výšce 650 km nad povrchem Země. Určete dobu oběhu družice kolem Země.

Výsledky:

1. $\frac{3}{4}\pi$, 2π , $\frac{10}{9}\pi$, $\frac{1}{12}\pi$ A
2. 120° , 10° , 165° , 216° A
3. 1200 otáček za minutu
4. 15,9 Hz, ano
5. $0 \frac{m}{s}$; $4,8 \frac{m}{s}$
6. 188,5 m; 37,7 s
7. 5852 s

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Lucie Havrdová

Řešení:

1. Převed'te na radiány: 135° , 360° , 200° , 15° .

Řešení:

$$135^\circ = \frac{3}{4}\pi, \quad 360^\circ = 2\pi, \quad 200^\circ = \frac{10}{9}\pi, \quad 15^\circ = \frac{1}{12}\pi$$

2. Převed'te na stupně: $\frac{2}{3}\pi$, $\frac{1}{18}\pi$, $\frac{11}{12}\pi$, $\frac{6}{5}\pi$.

Řešení:

$$\frac{2}{3}\pi = 120^\circ, \quad \frac{1}{18}\pi = 10^\circ, \quad \frac{11}{12}\pi = 165^\circ, \quad \frac{6}{5}\pi = 216^\circ$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

3. Určete počet otáček za minutu pračky o průměru 40 cm, jejíž dostředivé zrychlení je $3162,6 \frac{m}{s^2}$.

Řešení:

$$d = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m} \rightarrow r = 0,2 \text{ m}$$

$$a = 3162,6 \frac{m}{s^2}$$

$$\underline{ot / min = ?}$$

$$a = \frac{v^2}{r} \quad a = \omega^2 \cdot r$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$a = \omega^2 \cdot r \quad / : r$$

$$\frac{a}{r} = \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{a}{r}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3162,6}{0,2}}$$

$$\underline{\omega = 125,75 \frac{rad}{s}}$$

$$\omega = 2\pi f \quad / : (2\pi)$$

$$\frac{\omega}{2\pi} = f$$

$$f = \frac{125,75}{2\pi}$$

$$\underline{\underline{f = 20 \text{ Hz}}}$$

Frekvence otáčení je 20 Hz = 20 otáček za sekundu → počet otáček za minutu:
 $20 \cdot 60 = \underline{\underline{1200}}$

Odpověď:

Pračka vykoná 1200 otáček za minutu.

4. Určení otáček vrtáku se obvykle určuje z tzv. řezné rychlosti. Určete frekvenci otáčení vrtáku, o kterém z nabídky firmy víme: $D = 4 \text{ mm}$, $v = 12 \frac{\text{m}}{\text{min}}$. Je v katalogu uvedena správná hodnota, je-li k těmto údajům uvedeno, že vrták vykoná 955 otáček za minutu?

Řešení:

$$D = 4 \text{ mm} \rightarrow r = 2 \text{ mm} = 0,002 \text{ m}$$

$$v = 12 \frac{\text{m}}{\text{min}} = \frac{12}{60} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = 2 \pi f r$$

$$\underline{f = ?}$$

$$v = 2 \pi f r \quad / : (2 \pi r)$$

$$\frac{v}{2 \pi r} = f$$

$$f = \frac{0,2}{2 \pi \cdot 0,002}$$

$$\underline{\underline{f = 15,9 \text{ Hz}}}$$

Frekvence otáčení je $15,9 \text{ Hz} = 15,9 \text{ otáček za sekundu} \rightarrow \text{počet otáček za minutu:}$
 $15,9 \cdot 60 = \underline{\underline{954,9}}$

Odpověď:

Frekvence otáčení vrtáku je $15,9 \text{ Hz}$. Údaj uvedený v katalogu odpovídá výpočtům, tj. 955 otáček za minutu.

5. Průměr kola traktoru je 120 cm. Určete nejvyšší a nejnižší hodnotu rychlostí bodů na obvodu kola vzhledem k zemi, je-li úhlová rychlost $4 \frac{rad}{s}$. Načrtněte obrázek a zakreslete bod s nejnižší a nejvyšší rychlostí.

Řešení:

$$d = 120 \text{ cm} = 1,2 \text{ m} \rightarrow r = 0,6 \text{ m}$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$v = ?$$

$$v = 2\pi \cdot f \cdot r, \quad r = \text{vzdálenost vzhledem k zemi}$$

$$\omega = 4 \frac{rad}{s}$$

$$v = \omega \cdot r$$

Velikost rychlosti závisí na poloměru otáčení (vzdálenosti):

největší vzdálenost je v nejvyšším bodu obvodu kola – vzdálenost je rovna průměru kola

nejmenší vzdálenost je při kontaktu se zemí – vzdálenost je nulová

$$v_{\max} = \omega \cdot r$$

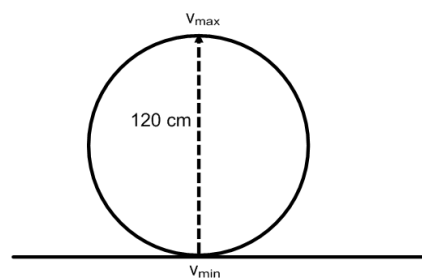
$$v_{\min} = \omega \cdot r$$

$$v_{\max} = 4 \cdot 1,2$$

$$v_{\min} = 4 \cdot 0$$

$$\underline{\underline{v_{\max} = 4,8 \frac{m}{s}}}$$

$$\underline{\underline{v_{\min} = 0 \frac{m}{s}}}$$



Odpověď:

Interval rychlostí bodů na obvodu kola je $\langle 0; 4,8 \rangle \frac{m}{s}$.

6. Cyklista jede rychlostí $18 \frac{km}{h}$ po trajektorii tvaru kružnice o poloměru 30 m. Určete délku trasy a dobu, za kterou ji projede.

Řešení:

$$v = 18 \frac{km}{h} = 5 \frac{m}{s}$$

$$r = 30 m$$

$$s = ?$$

$$\underline{t = ?}$$

$$s = O = 2\pi \cdot r$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$s = O = 2\pi \cdot r$$

$$s = 2\pi \cdot 30$$

$$\underline{\underline{s = 188,5 m}}$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$t = \frac{188,5}{5}$$

$$\underline{\underline{t = 37,7 s}}$$

Odpověď:

Délka trasy, kterou cyklista projel po kružnicové trajektorii za 37,7 s, je 188,5 m.

7. Rychlost rovnoměrného pohybu družice po kružnici kolem Země je $7,546 \frac{km}{s}$. Družice se pohybuje ve výšce 650 km nad povrchem Země. Určete dobu oběhu družice kolem Země.

Řešení:

$$v = 7,546 \frac{km}{s} = 7546 \frac{m}{s}$$

$$r = 650 km = 650000 m$$

$$T = ?$$

$$v = 2\pi f \cdot r$$

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

$$\text{poloměr Země: } R = 6378 km = 6378000 m$$

obecné vyjádření neznámé T:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \quad / \cdot T$$

$$v \cdot T = 2\pi \cdot r \quad / : v$$

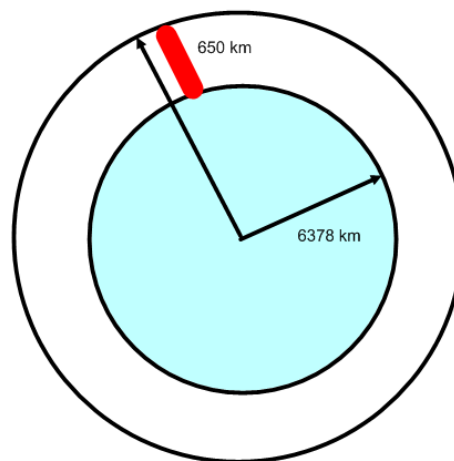
$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v}$$

celková vzdálenost: $r + R$

$$T = \frac{2\pi(R + r)}{v}$$

$$T = \frac{2\pi(6378000 + 650000)}{7546}$$

$$T = 5851,9 s = 97 \text{ min } 32 s$$



Odpověď:

Doba oběhu (perioda) družice je 5852 s.