



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Faktoriál, permutace

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

- 1) Vypočtete hodnotu zlomku: $\frac{20!}{21!+20!+22!} =$
- 2) Zjednodušte, předpokládejte přípustné hodnoty proměnných: $\frac{(x-3)!}{(x-4)!} - \frac{(x-2)!}{(x-3)!} =$
- 3) Vypočtete: $P(4) + 3P(6) - 2P(7) + P(5) =$
- 4) Kolik různých přirozených čtyřciferných čísel lze sestavit z číslic 0, 7, 8, 2 tak, že se žádná číslice neopakuje?

Výsledky:

- 1) $\frac{1}{484}$
- 2) - 1
- 3) -7776
- 4) 18

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Řešení:

1) Vypočtete hodnotu zlomku: $\frac{20!}{21!+20!+22!} =$

Faktoriál čísla je definován pro přirozená čísla a nulu. Značí se $n!$ a vypočítá se jako součin čísla n a všech čísel předcházejících až do 1.

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Je definován $0! = 1$

Zlomek s faktoriály řešíme rozkladem na součin, vytýkáním a krácením.

$$\frac{20!}{21! + 20! + 22!} = \frac{20!}{21 \cdot 20! + 20! + 22 \cdot 21 \cdot 20!} = \frac{20!}{20! \cdot (21 + 1 + 22 \cdot 21)} = \frac{1}{22 + 462} = \frac{1}{484}$$

2) Zjednodušte, předpokládejte přípustné hodnoty proměnných: $\frac{(x-3)!}{(x-4)!} - \frac{(x-2)!}{(x-3)!} =$

Faktoriál čísla je definován pro přirozená čísla a nulu. Značí se $n!$ a vypočítá se jako součin čísla n a všech čísel předcházejících až do 1.

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Je definován $0! = 1$

Zlomek s faktoriály řešíme rozkladem na součin a krácením v jednom zlomku. Vždy musíme větší faktoriál rozložit součinem na faktoriál menší.

$$\frac{(x-3)!}{(x-4)!} - \frac{(x-2)!}{(x-3)!} = \frac{(x-3) \cdot (x-4)!}{(x-4)!} - \frac{(x-2) \cdot (x-3)!}{(x-3)!} = \frac{(x-3)}{1} - \frac{(x-2)}{1} = x - 3 - x + 2 = -1$$

3) Vypočtete: $P(4) + 3P(6) - 2P(7) + P(5) =$

Permutace z n prvků je uspořádaná n -tice sestavená pouze z těchto prvků tak, že se v ní každý prvek vyskytuje právě jednou.

Počet permutací se značí $P(n)$; $P(n) = n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$

$$\begin{aligned} P(4) + 3P(6) - 2P(7) + P(5) &= 4! + 3 \cdot 6! - 2 \cdot 7! + 5! = 4! + 3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4! - 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4! + 5 \cdot 4! = \\ &= 4! \cdot (1 + 90 - 420 + 5) = 24 \cdot (-324) = -7776 \end{aligned}$$

4) Kolik různých přirozených čtyřciferných čísel lze sestavit z číslic 0, 7, 8, 2 tak, že se žádná číslice neopakuje?

Čtyřciferná čísla sestavená ze čtyř různých číslic, které se neopakují, tvoří uspořádané čtveřice ze čtyř prvků. Tvoří permutace 4. Přirozená čísla však nemohou začínat nulou, to znamená, že od celkového počtu $P(4)$ musíme odečíst ta čísla, kde nula bude na prvním místě. Zbývající cifry tvoří uspořádané trojice ze tří prvků, tj. permutace 3 $\rightarrow P(3)$.

$$P(4) - P(3) = 4! - 3! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 - 6 = 18$$