



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Kombinační čísla, kombinace

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

- 1) Vypočtete: $3K(2, 6) - 2K(3, 4) + 5\binom{5}{2}$
- 2) Určete podmínky a řešte rovnici: $2\binom{x}{2} - 2K(x - 4, x - 2) = 30$
- 3) Kolika způsoby může třídní učitel určit pořádkovou službu ve třídě se 30 žáky? Službu konají vždy dva žáci a mají stejné povinnosti. Jak dlouho by žáci museli chodit do školy, aby se dvojice prostřídaly, trvá-li služba 1 týden? Počítejte s tím, že školní rok má 34 týdnů.
- 4) Ve skupině je 12 žen a 15 mužů. Kolika způsoby je možné vybrat pětičlennou skupinu, ve které budou právě 2 ženy a 3 muži?

- Výsledky:
- 1) 87
 - 2) $x = 9$
 - 3) Pořádkovou službu je možné rozdělit 435 způsoby.
Žáci by museli chodit do školy necelých 13 let.
 - 4) Pětičlennou skupinu je možno vybrat 30 030 způsoby.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Řešení:

1) Vypočtete: $3K(2, 6) - 2K(3, 4) + 5\binom{5}{2}$

Kombinace k -té třídy z n prvků zapisujeme $K(k, n)$, což znamená, že tvoříme neuspořádané k -tice z n prvků (nezáleží na pořadí). Kombinace se dají zapsat také kombinačním číslem $\binom{n}{k}$. Pro kombinační číslo platí: $n \geq 0, k \geq 0, n \geq k$.

Kombinace se vypočítají se podle vzorce: $K(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

Faktoriál čísla je definován pro přirozená čísla a nulu. Značí se $n!$ a vypočítá se jako součin čísla n a všech čísel předcházejících až do 1.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Je definován $0! = 1$

Zlomek s faktoriály řešíme rozkladem na součin, vytýkáním a krácením.

$$3K(2, 6) - 2K(3, 4) + 5\binom{5}{2} = 3 \cdot \frac{6!}{(6-2)!2!} - 2 \cdot \frac{4!}{(4-3)!3!} + 5 \cdot \frac{5!}{(5-2)!2!} = 3 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!2!} - 2 \cdot \frac{4 \cdot 3!}{3!1!} + 5 \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!2!} = 45 - 8 + 50 = 87$$

2) Určete podmínky a řešte rovnici: $2\binom{x}{2} - 2K(x-4, x-2) = 30$

Kombinace k-té třídy z n prvků zapisujeme $K(k, n)$, což znamená, že tvoříme neuspořádané k-tice z n prvků (nezáleží na pořadí). Kombinace se dají zapsat také kombinačním číslem $\binom{n}{k}$. Pro kombinační číslo platí: $n \geq 0, k \geq 0, n \geq k$.

Kombinace se vypočítají se podle vzorce: $K(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

Faktoriál čísla je definován pro přirozená čísla a nulu. Značí se $n!$ a vypočítá se jako součin čísla n a všech čísel předcházejících až do 1.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Je definován $0! = 1$

Zlomek s faktoriály řešíme rozkladem na součin, vytýkáním a krácením.

Podmínky: a) $x \geq 0 \wedge x-2 \geq 0 \wedge x-4 \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \wedge x \geq 2 \wedge x \geq 4 \rightarrow x \geq 4$

$$2\binom{x}{2} - 2K(x-4, x-2) = 30$$

$$2 \frac{x!}{(x-2)! \cdot 2!} - 2 \frac{(x-2)!}{(x-2-(x-4))! \cdot (x-4)!} = 30$$

$$2 \frac{x \cdot (x-1) \cdot (x-2)!}{(x-2)! \cdot 2} - 2 \frac{(x-2)(x-3) \cdot (x-4)!}{2! \cdot (x-4)!} = 30 \rightarrow x^2 - x - (x^2 - 5x + 6) = 30 \rightarrow 4x - 6 = 30$$
$$4x = 36 \rightarrow x = 9$$

- 3) Kolika způsoby může třídní učitel určit pořádkovou službu ve třídě se 30 žáky? Službu konají vždy dva žáci a mají stejné povinnosti. Jak dlouho by žáci museli chodit do školy, aby se dvojice prostřídaly, trvá-li služba 1 týden? Počítejte s tím, že školní rok má 34 týdnů.

Při určování pořádkové služby vybírá třídní učitel neuspořádané dvojice, tvoří tak kombinace druhé třídy z 30 prvků: $K(2, 30) = \binom{30}{2}$

Kombinace k-té třídy z n prvků zapisujeme $K(k, n)$, což znamená, že tvoříme neuspořádané k-tice z n prvků (nezáleží na pořadí). Kombinace se dají zapsat také kombinačním číslem $\binom{n}{k}$.

Pro kombinační číslo platí: $n \geq 0, k \geq 0, n \geq k$.

Kombinace se vypočítají se podle vzorce: $K(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

Faktoriál čísla je definován pro přirozená čísla a nulu. Značí se $n!$ a vypočítá se jako součin čísla n a všech čísel předcházejících až do 1.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Je definován $0! = 1$

Zlomek s faktoriály řešíme rozkladem na součin, vytýkáním a krácením.

$$K(2, 30) = \binom{30}{2} = \frac{30!}{(30-2)! \cdot 2!} = \frac{30 \cdot 29 \cdot 28!}{28! \cdot 2} = 15 \cdot 29 = 435$$

Pořádkovou službu je možné rozdělit 435 způsoby.

Školní rok má 34 týdnů, jedna dvojice má službu jeden týden.

Počet roků, ve kterých by se pořádková služba prostřídávala: $435 : 34 = 12,794 \rightarrow 13$ let

Žáci by museli chodit do školy necelých 13 let.

- 4) Ve skupině je 12 žen a 15 mužů. Kolika způsoby je možné vybrat pětičlennou skupinu, ve které budou právě 2 ženy a 3 muži?

Při výběru pětičlenné skupiny bude vybrána dvojice z 12 a trojice z 15. Dvojice i trojice bude neuspořádaná, budeme tvořit kombinace druhé třídy z 12 prvků a kombinace třetí třídy z 15 prvků. Ke každé možnosti výběru žen budou patřit všechny možnosti výběru mužů. Platí zde kombinatorické pravidlo součinu.

$$K(2, 12) \cdot K(3, 15) = \binom{12}{2} \cdot \binom{15}{3}$$

Kombinace k-té třídy z n prvků zapisujeme $K(k, n)$, což znamená, že tvoříme neuspořádané k-tice z n prvků (nezáleží na pořadí). Kombinace se dají zapsat také kombinačním číslem $\binom{n}{k}$. Pro kombinační číslo platí: $n \geq 0, k \geq 0, n \geq k$.

Kombinace se vypočítají se podle vzorce: $K(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

Faktoriál čísla je definován pro přirozená čísla a nulu. Značí se $n!$ a vypočítá se jako součin čísla n a všech čísel předcházejících až do 1.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Je definován $0! = 1$

Zlomek s faktoriály řešíme rozkladem na součin, vytýkáním a krácením.

$$K(2, 12) \cdot K(3, 15) = \binom{12}{2} \cdot \binom{15}{3} = \frac{12!}{(12-2)! \cdot 2!} \cdot \frac{15!}{(15-3)! \cdot 3!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10!}{10! \cdot 2} \cdot \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12!}{12! \cdot 3 \cdot 2} = 6 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 = 30\,030$$

Pětičlennou skupinu je možno vybrat 30 030 způsoby.