



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Obecná rovnice kružnice

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

## Zadání:

- 1) Určete souřadnice středu a poloměr kružnice a převeďte na obecnou rovnici kružnice:

$$(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 9.$$

- 2) Určete obecnou rovnici kružnice, je-li dán její průměr  $d = |AB|$ ;  $A[-1; 4]$ ,  $B[-7; -2]$ .

- 3) Určete, zda body  $K[2; -1]$ ;  $L[0; 3]$  leží na kružnici dané rovnicí:

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y - 15 = 0.$$

- 4) Je dán čtverec ABCD,  $A[1; 2]$ ,  $C[4; 5]$ , ve středu čtverce leží střed kružnice vepsané. Určete obecnou rovnici této kružnice.

Výsledky: 1) Obecná rovnice dané kružnice:  $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 25 = 0$

2) Obecná rovnice dané kružnice:  $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 1 = 0$

3) Bod K leží na dané kružnici, bod L neleží na dané kružnici

4) Obecná rovnice dané kružnice:  $x^2 + y^2 - 5x - 7y + \frac{65}{4} = 0$

nebo  $4x^2 + 4y^2 - 20x - 28y + 65 = 0$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

## Řešení:

1) Určete souřadnice středu a poloměr kružnice a převed'te na obecnou rovnici kružnice:

$$(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 9.$$

Středová rovnice kružnice se středem v bodě  $S[m; n]$  má rovnici:

$$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2, \text{ kde } r \text{ je poloměr dané kružnice.}$$

Obecná rovnice kružnice má rovnici  $x^2 + y^2 + Cx + Dy + E = 0$ , kde  $C, D, E \in \mathbb{R}$ .

$$S[3; -5], r^2 = 9 \rightarrow r = 3$$

$(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 9$  převedeme na obecnou rovnici tak, že odstraníme závorky, všechna čísla převedeme na levou stranu rovnice a seřadíme dle vzoru.

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 + 10y + 25 - 9 = 0$$

$$\text{obecná rovnice dané kružnice: } x^2 + y^2 - 6x + 10y + 25 = 0$$

2) Určete obecnou rovnici kružnice, je-li dán její průměr  $d = |AB|$ ;  $A[-1; 4]$ ,  $B[-7; -2]$ .

Středová rovnice kružnice se středem v bodě  $S[m; n]$  má rovnici:

$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$ , kde  $r$  je poloměr dané kružnice. Souřadnice bodů, které leží na kružnici, vyhovují rovnici kružnice.

Střed kružnice je středem úsečky  $AB$ , poloměr kružnice  $r$  je roven polovině průměru  $d$  této kružnice,  $r = |AS| = |SB|$ .

Vzorec pro výpočet souřadnic středu úsečky  $AB$ :  $S[x_S; y_S]$

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_S = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Vzorec pro výpočet vzdálenosti dvou bodů (délky úsečky):

$A[x_A; y_A]$ ,  $B[x_B; y_B]$

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Obecná rovnice kružnice má rovnici  $x^2 + y^2 + Cx + Dy + E = 0$ , kde  $C, D, E \in \mathbb{R}$ .

Souřadnice středu kružnice:  $x_S = \frac{x_A + x_B}{2} \rightarrow x_S = \frac{-1 - 7}{2} = \frac{-8}{2} = -4$

$$y_S = \frac{y_A + y_B}{2} \rightarrow y_S = \frac{4 - 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$S[-4; 1]$

$$r = |AS| = \sqrt{(x_S - x_A)^2 + (y_S - y_A)^2} \rightarrow \sqrt{(-4 - (-1))^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Středová rovnice kružnice:  $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 18$ , kterou převedeme na obecnou rovnici tak, že odstraníme závorky, všechna čísla převedeme na levou stranu rovnice a seřadíme dle vzoru.

$$x^2 + 8x + 16 + y^2 - 2y + 1 - 18 = 0$$

$$\text{obecná rovnice dané kružnice: } x^2 + y^2 + 8x - 2y - 1 = 0$$

3) Určete, zda body K[2; -1]; L[0; 3] leží na kružnici dané rovnicí:

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y - 15 = 0.$$

Pro body, které leží na kružnici, platí, že souřadnice těchto bodů vyhovují rovnici dané kružnice. Souřadnice bodů dosadíme do rovnice kružnice.

$$\text{Bod K: } 2^2 + (-1)^2 + 4 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) - 15 = 4 + 1 + 8 + 2 - 15 = 0$$

Bod K leží na dané kružnici.

$$\text{Bod L: } 0^2 + 3^2 + 4 \cdot 0 - 2 \cdot 3 - 15 = 9 - 6 - 15 = -12$$

Bod L neleží na dané kružnici.

4) Je dán čtverec ABCD; A[1; 2], C[4; 5], ve středu čtverce leží střed kružnice vepsané. Určete obecnou rovnici této kružnice.

Určíme zbývající vrcholy B, D; bod B má x-ovou souřadnici stejnou jako bod C a y-ovou souřadnici stejnou jako bod A. Bod D má x-ovou souřadnici stejnou jako bod A a y-ovou souřadnici stejnou jako bod C.

$$B[4; 2], D[1; 5]$$

Průměr d vepsané kružnice je roven velikosti strany čtverce.

$$d = |AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \rightarrow \sqrt{(4 - 1)^2 + (2 - 2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$r = \frac{3}{2}$$

Střed kružnice leží v průsečíku úhlopříček, ve čtverci se úhlopříčky půlí.

$$\text{Souřadnice středu kružnice: } x_S = \frac{x_A + x_C}{2} \rightarrow x_S = \frac{1 + 4}{2} = \frac{5}{2}$$

$$y_S = \frac{y_A + y_C}{2} \rightarrow y_S = \frac{2 + 5}{2} = \frac{7}{2}$$

$$S\left[\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right]$$

Středová rovnice kružnice se středem v bodě S[m; n] má rovnici:

$$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2, \text{ kde } r \text{ je poloměr dané kružnice.}$$

Obecná rovnice kružnice má rovnici  $x^2 + y^2 + Cx + Dy + E = 0$ , kde  $C, D, E \in \mathbb{R}$ .

Středová rovnice kružnice:  $(x - \frac{5}{2})^2 + (y - \frac{7}{2})^2 = \frac{9}{4}$ , kterou převedeme na obecnou rovnici tak, že odstraníme závorky, všechna čísla převedeme na levou stranu rovnice a seřadíme dle vzoru.

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} + y^2 - 7y + \frac{49}{4} - \frac{9}{4} = 0$$

$$\text{obecná rovnice dané kružnice: } x^2 + y^2 - 5x - 7y + \frac{65}{4} = 0 \text{ nebo } 4x^2 + 4y^2 - 20x - 28y + 65 = 0$$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová