



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obecná rovnice paraboly

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

- 1) Určete obecnou rovnici paraboly, je-li dáno: $F[1; 2]$, $p = 3$, osa o je rovnoběžná s x^+ .
- 2) Určete obecnou rovnici paraboly, jsou-li dány její body K , L , M : $K[\sqrt{6}; 3]$, $L[0; 4]$, $M[6; -2]$.
(Návod – osa paraboly je rovnoběžná s osou y)
- 3) Určete obecnou rovnici paraboly s vrcholem $V[2; -4]$, bodem $P[-2; -6]$, osa o je rovnoběžná s y^- .
- 4) Určete souřadnice vrcholu, parametr, souřadnice ohniska, rovnici řídící přímky a převed'te na obecnou rovnici paraboly: $(x + 2)^2 = -6(y + 1)$.

Výsledky: 1) Obecná rovnice paraboly: $y^2 - 6x - 4y + 1 = 0$
2) Obecná rovnice paraboly: $x^2 + 6y - 24 = 0$
3) Obecná rovnice paraboly: $x^2 - 4x + 8y + 36 = 0$
4) $V[-2; -1]$, $p = 3$, $F[-2; -2,5]$, $d: y = 0,5$
Obecná rovnice paraboly: $x^2 + 4x + 6y + 10 = 0$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Řešení:

- 1) Určete obecnou rovnici paraboly, je-li dáno: $F[1; 2]$, $p = 3$, osa o je rovnoběžná s x^+ .

Leží-li ohnisko F paraboly na rovnoběžce s kladnou částí osy x , potom má parabola vrcholovou rovnici: $(y - n)^2 = 2p(x - m)$, kde p je parametr paraboly, což je vzdálenost ohniska F paraboly a řídící přímky d . Řídící přímka d je kolmá na osu paraboly. Hodnota $\frac{p}{2}$ je rovna vzdálenosti ohniska F a vrcholu V a zároveň řídící přímky d a vrcholu V . Ohnisko leží uvnitř paraboly, řídící přímka leží vně paraboly.

Vrcholovou rovnici převedeme postupnými úpravami na obecnou rovnici:

$$y^2 + Ax + By + C = 0.$$

$$\begin{aligned} p = 3 & \rightarrow \frac{p}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 & \rightarrow V[-0,5; 2] & \rightarrow (y - 2)^2 = 2 \cdot 3(x + 0,5) \\ y^2 - 4y + 4 = 6x + 3 & \rightarrow y^2 - 6x - 4y + 4 - 3 = 0 & \rightarrow y^2 - 6x - 4y + 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Obecná rovnice paraboly: } y^2 - 6x - 4y + 1 = 0.$$

- 2) Určete obecnou rovnici paraboly, jsou-li dány její body K , L , M : $K[\sqrt{6}; 3]$, $L[0; 4]$, $M[6; -2]$.
(Návod – osa paraboly je rovnoběžná s osou y)

Je-li osa o paraboly rovnoběžná s osou y , má parabola obecnou rovnici: $x^2 + Ax + By + C = 0$. Souřadnice bodů, které leží na parabole, vyhovují rovnici paraboly. Postupně dosadíme souřadnice všech tří bodů a dostaneme soustavu tří rovnic o třech neznámých.

$$x^2 + Ax + By + C = 0$$

$$\text{pro bod } K \rightarrow 6 + A \cdot \sqrt{6} + B \cdot 3 + C = 0 \rightarrow \text{dosadíme } C: 6 + \sqrt{6} \cdot A + 3B - 4B = 0$$

$$\text{pro bod } L \rightarrow 0 + A \cdot 0 + B \cdot 4 + C = 0 \rightarrow C = -4B$$

$$\text{pro bod } M \rightarrow 36 + A \cdot 6 + B \cdot (-2) + C = 0 \rightarrow \text{dosadíme } C: 36 + 6A - 2B - 4B = 0$$

$$\text{odtud: } -B + 6 + \sqrt{6} \cdot A = 0 \text{ a zároveň } 36 + 6A - 6B = 0$$

$$B = 6 + \sqrt{6} \cdot A, \text{ dosadíme do druhé rovnice: } 36 + 6A - 6(6 + \sqrt{6} \cdot A) = 0 \rightarrow 6A + 6 \cdot \sqrt{6} \cdot A = 0,$$

$$\text{vytkneme } A: A(6 + 6 \cdot \sqrt{6}) = 0 \rightarrow A = 0$$

$$36 + 6A - 6B = 0 \rightarrow 36 = 6B \rightarrow B = 6$$

$$C = -4B \rightarrow C = -4 \cdot 6 \rightarrow C = -24$$

$$\text{Obecná rovnice paraboly: } x^2 + 6y - 24 = 0.$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

3) Určete obecnou rovnici paraboly s vrcholem $V[2; -4]$, bodem $P[-2; -6]$, osa o je rovnoběžná s y^- .

Vrcholová rovnice paraboly pro vrchol $V[m; n]$, pro osu o rovnoběžnou s y^- má rovnici:

$(x - m)^2 = -2p(y - n)$, kde p je parametr paraboly, což je vzdálenost ohniska F paraboly a řídící přímky d . Řídící přímka d je kolmá na osu paraboly. Hodnota $\frac{p}{2}$ je rovna vzdálenosti ohniska F a vrcholu V a zároveň řídící přímky d a vrcholu V . Ohnisko leží uvnitř paraboly, řídící přímka leží vně paraboly. Souřadnice bodů, které leží na parabole, vyhovují rovnici paraboly. Odtud vypočítáme hodnotu parametru p .

Vrcholovou rovnici převedeme postupnými úpravami na obecnou rovnici.

Je-li osa o paraboly rovnoběžná s osou y , má parabola obecnou rovnici: $x^2 + Ax + By + C = 0$.

$$(x - m)^2 = -2p(y - n)$$

$$\text{Po dosazení: } (-2 - 2)^2 = -2p(-6 + 4) \quad \rightarrow \quad 16 = -2p \cdot (-2) \quad \rightarrow \quad p = 4$$

$$\text{Vrcholová rovnice: } (x - 2)^2 = -2 \cdot 4(y + 4) \quad \rightarrow \quad (x - 2)^2 = -8(y + 4)$$

$$\text{Úpravy: } x^2 - 4x + 4 = -8y - 32 \quad \rightarrow \quad x^2 - 4x + 8y + 36 = 0$$

$$\text{Obecná rovnice paraboly: } x^2 - 4x + 8y + 36 = 0.$$

4) Určete souřadnice vrcholu, parametr, souřadnice ohniska, rovnici řídící přímky a převed'te na obecnou rovnici paraboly: $(x + 2)^2 = -6(y + 1)$.

Vrcholová rovnice paraboly pro vrchol $V[m; n]$, pro osu o rovnoběžnou s osou y a rozevřená směrem do záporné části osy y má rovnici:

$(x - m)^2 = -2p(y - n)$, kde p je parametr paraboly, což je vzdálenost ohniska F paraboly a řídící přímky d . Řídící přímka d je kolmá na osu paraboly. Hodnota $\frac{p}{2}$ je rovna vzdálenosti ohniska F a vrcholu V a zároveň řídící přímky d a vrcholu V . Ohnisko leží uvnitř paraboly, řídící přímka leží vně paraboly.

Vrcholovou rovnici převedeme postupnými úpravami na obecnou rovnici.

Je-li osa o paraboly rovnoběžná s osou y , má parabola obecnou rovnici: $x^2 + Ax + By + C = 0$.

$$(x + 2)^2 = -6(y + 1)$$

$$\text{Odtud: } V[-2; -1] \quad -2p = -6 \quad \rightarrow \quad p = 3 \quad \rightarrow \quad \frac{p}{2} = 1,5$$
$$F[-2; -2,5], d: y = 0,5$$

$$\text{Úpravy: } x^2 + 4x + 4 = -6y - 6 \quad \rightarrow \quad x^2 + 4x + 6y + 10 = 0$$

$$\text{Obecná rovnice paraboly: } x^2 + 4x + 6y + 10 = 0.$$