



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Středová rovnice elipsy

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

- 1) Napište středovou rovnici elipsy se středem $S[0; 0]$, je-li dáno $F[4; 0]$, $a = 6$.
- 2) Napište středovou rovnici elipsy se středem $S[0; 0]$ a bodem $L[2; -1]$, $a = 5$, $o_1 = x$.
- 3) Napište středovou rovnici elipsy se středem $S[0; -3]$ a bodem $K[-1; 1]$, $a = 5$, o_1 je rovnoběžná s y .
- 4) Určete souřadnice středu, délky poloos a excentricitu elipsy: $\frac{(x-5)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$.

Výsledky: 1) Středová rovnice elipsy: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$

2) Středová rovnice elipsy: $\frac{x^2}{25} + \frac{21y^2}{25} = 1$

3) Středová rovnice elipsy: $\frac{9x^2}{25} + \frac{(y+3)^2}{25} = 1$

4) $S[5; 1]$, $a = 4$, $b = 3$, $e = \sqrt{7}$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Řešení:

1) Napište středovou rovnici elipsy se středem $S[0; 0]$, je-li dáno $F[4; 0]$, $a = 6$.

Středová rovnice elipsy se středem v bodě $S[0; 0]$, je-li hlavní osa $o = x$, má rovnici:

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, kde a je hlavní poloosa elipsy, b vedlejší poloosa elipsy. Hlavní poloosa a leží na ose x , vzdálenost středu S a ohniska F je excentricita e . Platí vztah: $a^2 = b^2 + e^2$.

$$\begin{aligned} F[4; 0] \rightarrow e = 4 \rightarrow 6^2 &= b^2 + 4^2 \\ 36 &= b^2 + 16 \\ b^2 &= 36 - 16 \\ b^2 &= 20 \\ b &= \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

Středová rovnice elipsy: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$

2) Napište středovou rovnici elipsy se středem $S[0; 0]$ a bodem $L[2; -1]$, $a = 5$, $o_1 = x$.

Středová rovnice elipsy se středem v bodě $S[0; 0]$, je-li hlavní osa $o = x$, má rovnici:

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, kde a je hlavní poloosa elipsy, b vedlejší poloosa elipsy.

Hlavní poloosa a leží na ose x . Leží-li bod na elipse, vyhovují jeho souřadnice rovnici elipsy.

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{dosadíme souřadnice bodu } L: \frac{4}{25} + \frac{1}{b^2} = 1$$

$$4b^2 + 25 = 25b^2$$

$$25 = 21b^2$$

$$b^2 = \frac{25}{21} \rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{\frac{25}{21}} = 1 \rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{21y^2}{25} = 1$$

Středová rovnice elipsy: $\frac{x^2}{25} + \frac{21y^2}{25} = 1$

3) Napište středovou rovnici elipsy se středem S[0; -3] a bodem K[-1; 1], a = 5, o₁ je rovnoběžná s y.

Středová rovnice elipsy se středem v bodě S[m; n], je-li hlavní osa o rovnoběžná s osou y, má rovnici: $\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1$, kde a je hlavní poloosa elipsy, b vedlejší poloosa elipsy.

Leží-li bod na elipse, vyhovují jeho souřadnice rovnici elipsy.

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{(y+3)^2}{25} = 1 \rightarrow \frac{(-1)^2}{b^2} + \frac{(1+3)^2}{25} = 1 \rightarrow \frac{1}{b^2} + \frac{16}{25} = 1 \rightarrow 25 + 16b^2 = 25b^2$$

$$9b^2 = 25$$

$$b^2 = \frac{25}{9} \rightarrow \frac{x^2}{\frac{25}{9}} + \frac{(y+3)^2}{25} = 1$$

$$\text{Středová rovnice elipsy: } \frac{9x^2}{25} + \frac{(y+3)^2}{25} = 1$$

4) Určete souřadnice středu, délky poloos a excentricitu elipsy: $\frac{(x-5)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$.

Středová rovnice elipsy se středem v bodě S[m; n], je-li hlavní osa o rovnoběžná s osou x, má rovnici: $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$, kde a je hlavní poloosa elipsy, b vedlejší poloosa elipsy.

Hlavní poloosa je rovnoběžná s osou x, vzdálenost středu S a ohniska F je excentricita e.

Platí vztah: $a^2 = b^2 + e^2$.

$$S[5; 1], a^2 = 16 \rightarrow a = 4, b^2 = 9 \rightarrow b = 3,$$

$$e^2 = 16 - 9 = 7$$

$$e = \sqrt{7}$$