



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Středová rovnice kružnice

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

- 1) Napište středovou rovnici kružnice se středem $S[-5; 2]$, jestliže prochází bodem $K[4; -2]$.
- 2) Kružnice je dána průměrem $d = |AB|$; $A[-4; 1]$, $B[2; 5]$. Určete středovou rovnici.
- 3) Určete souřadnice středu a poloměr kružnice dané obecnou rovnicí:
 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 15 = 0$.

- Výsledky:
- 1) Rovnice kružnice: $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 97$
 - 2) Středová rovnice kružnice: $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 13$
 - 3) Střed kružnice je bod $S[1; -2]$, poloměr $r = 2\sqrt{5}$

Řešení:

1) Napište středovou rovnici kružnice se středem $S[-5; 2]$, jestliže prochází bodem $K[4; -2]$.

Středová rovnice kružnice se středem v bodě $S[m; n]$ má rovnici:

$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$, kde r je poloměr dané kružnice. Souřadnice bodů, které leží na kružnici, vyhovují rovnici kružnice.

Rovnice kružnice: $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = r^2$

Do rovnice dosadíme souřadnice bodu K a tím vypočítáme poloměr kružnice:

$$(4 + 5)^2 + (-2 - 2)^2 = r^2$$

$$81 + 16 = r^2$$

$$97 = r^2$$

$$r = \sqrt{97}$$

Rovnice kružnice: $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 97$

2) Kružnice je dána průměrem $d = |AB|$; $A[-4; 1]$, $B[2; 5]$. Určete středovou rovnici.

Středová rovnice kružnice se středem v bodě $S[m; n]$ má rovnici:

$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$, kde r je poloměr dané kružnice. Souřadnice bodů, které leží na kružnici, vyhovují rovnici kružnice.

Střed kružnice je středem úsečky AB , poloměr kružnice r je roven polovině průměru d této kružnice, $r = |AS| = |SB|$.

Vzorec pro výpočet souřadnic středu úsečky AB : $S[x_S; y_S]$

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_S = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Vzorec pro výpočet vzdálenosti dvou bodů (délky úsečky):

$A[x_A; y_A]$, $B[x_B; y_B]$

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\text{Souřadnice středu kružnice: } x_S = \frac{x_A + x_B}{2} \rightarrow x_S = \frac{-4 + 2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y_S = \frac{y_A + y_B}{2} \rightarrow y_S = \frac{1 + 5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$S[-1; 3]$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

$$r = |AS| = \sqrt{(x_S - x_A)^2 + (y_S - y_A)^2} \rightarrow \sqrt{(-1 - (-4))^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

Středová rovnice kružnice: $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 13$

3) Určete souřadnice středu a poloměr kružnice dané obecnou rovnicí: $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 15 = 0$.

Obecnou rovnici kružnice, což je rovnice vniklá početními úpravami ze středové rovnice, a která má vždy na pravé straně nulu, převedeme nejprve na středový tvar.

Seřadíme proměnné x vedle sebe, proměnné y vedle sebe a upravíme na trojčleny dle vzorců, čísla, která potřebujeme přidat na levou stranu rovnice, musíme přidat i na pravou stranu rovnice:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ respektive $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, trojčleny zpět převedeme na druhé mocniny dvojčlenů a čísla bez proměnné převedeme na pravou stranu rovnice.

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 15 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y - 15 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 1 + 4 + 15$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 20$$

$$r^2 = 20$$

$$r = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$$

Střed kružnice je bod S[1; -2], poloměr $r = 2\sqrt{5}$