



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Variace

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

- 1) Vypočtete: $V(3, 5) - 2V(2, 7) + 3V(4, 5) =$
- 2) Určete podmínky a řešte rovnici: $V(2, x + 2) + 10 = V(2, x + 4) - 12$
- 3) Do turnaje je přihlášeno 15 hokejových týmů. Kolika způsoby je možné rozdělit zlatou, stříbrnou a bronzovou medaili mezi jednotlivé týmy?
- 4) Kolik různých čtyřmístných pin-kódů lze sestavit z cifer 1 až 9 tak, aby se žádná číslice neopakovala?

Výsledky:

- 1) 336
- 2) $x = 3$
- 3) 2 730
- 4) 3 024

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Řešení:

1) Vypočtete: $V(3, 5) - 2V(2, 7) + 3V(4, 5) =$

Variace k-té třídy z n prvků zapisujeme $V(k, n)$, což znamená, že tvoříme uspořádané k-tice z n prvků.

Vypočítají se podle vzorce: $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$

Faktoriál čísla je definován pro přirozená čísla a nulu. Značí se $n!$ a vypočítá se jako součin čísla n a všech čísel předcházejících až do 1.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Je definován $0! = 1$

Zlomek s faktoriály řešíme rozkladem na součin, vytýkáním a krácením.

$$\begin{aligned} V(3, 5) - 2V(2, 7) + 3V(4, 5) &= \frac{5!}{(5-3)!} - 2 \cdot \frac{7!}{(7-2)!} + 3 \cdot \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5!}{2!} - 2 \cdot \frac{7!}{5!} + 3 \cdot \frac{5!}{1!} = \\ &= 5 \cdot 4 \cdot 3 - 2 \cdot 7 \cdot 6 + 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 60 - 84 + 360 = 336 \end{aligned}$$

2) Určete podmínky a řešte rovnici: $V(2, x + 2) + 10 = V(2, x + 4) - 12$

Variace k-té třídy z n prvků zapisujeme $V(k, n)$, což znamená, že tvoříme uspořádané k-tice z n prvků.

Vypočítají se podle vzorce: $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$

Faktoriál čísla je definován pro přirozená čísla a nulu. Značí se $n!$ a vypočítá se jako součin čísla n a všech čísel předcházejících až do 1.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Je definován $0! = 1$

Zlomek s faktoriály řešíme rozkladem na součin, vytýkáním a krácením.

Podmínky: a) $x + 2 \geq 0 \wedge x + 4 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 \wedge x \geq -4 \rightarrow x \geq -2$

$$V(2, x + 2) + 10 = V(2, x + 4) - 12$$

$$\frac{(x+2)!}{(x+2-2)!} + 10 = \frac{(x+4)!}{(x+4-2)!} - 12$$

$$\frac{(x+2)!}{x!} + 10 = \frac{(x+4)!}{(x+2)!} - 12 \rightarrow \frac{(x+2)(x+1)x!}{x!} + 10 = \frac{(x+4)(x+3)(x+2)!}{(x+2)!} - 12 \rightarrow$$

$$(x+2)(x+1) + 10 = (x+4)(x+3) - 12$$

$$x^2 + 3x + 2 + 10 = x^2 + 7x + 12 - 12$$

$$-4x = -12$$

$$x = 3$$

- 3) Do turnaje je přihlášeno 15 hokejových týmů. Kolika způsoby je možné rozdělit zlatou, stříbrnou a bronzovou medaili mezi jednotlivé týmy?

Při rozdělování medailí vítězným týmům budeme tvořit uspořádané trojice z 15, to znamená $V(3, 15)$

Variace k-té třídy z n prvků zapisujeme $V(k, n)$, což znamená, že tvoříme uspořádané k-tice z n prvků.

Vypočítají se podle vzorce: $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$

Faktoriál čísla je definován pro přirozená čísla a nulu. Značí se $n!$ a vypočítá se jako součin čísla n a všech čísel předcházejících až do 1.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Je definován $0! = 1$

Zlomek s faktoriály řešíme rozkladem na součin, vytýkáním a krácením.

$$V(3, 15) = \frac{15!}{(15-3)!} = \frac{15!}{12!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12!}{12!} = 15 \cdot 14 \cdot 13 = 2\,730$$

Mezi hokejové týmy je možné medaile rozdělit 2 730 způsoby.

- 4) Kolik různých čtyřmístných pin-kódů lze sestavit z cifer 1 až 9 tak, aby se žádná číslice neopakovala?

Čtyřciferná čísla sestavená z devíti různých číslic, které se neopakují, tvoří uspořádané čtveřice z devíti prvků. Tvoří variace čtvrté třídy z devíti prvků.

Variace k-té třídy z n prvků zapisujeme $V(k, n)$, což znamená, že tvoříme uspořádané k-tice z n prvků.

Vypočítají se podle vzorce: $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$

Faktoriál čísla je definován pro přirozená čísla a nulu. Značí se $n!$ a vypočítá se jako součin čísla n a všech čísel předcházejících až do 1.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Je definován $0! = 1$

Zlomek s faktoriály řešíme rozkladem na součin, vytýkáním a krácením.

$$V(4, 9) = \frac{9!}{(9-4)!} = \frac{9!}{5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3\,024$$

Z cifer je možno sestavit 3 024 pin-kódů.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová