



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Vrcholová rovnice paraboly

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

## Zadání:

- 1) Určete vrcholovou rovnici paraboly, je-li dáno:  $V[0; 0]$ , bod ležící na parabole  $L[2; -4]$ ,  $F \in x^+$ .
- 2) Určete vrcholovou rovnici paraboly, je-li dáno:  $V[4; 3]$ , bod ležící na parabole  $Q[5; 5]$ , osa  $o$  je rovnoběžná s  $y^+$ .
- 3) Určete souřadnice vrcholu, ohniska, parametr a rovnici řídící přímky paraboly:  
 $(y + 8)^2 = -4(x + 3)$ .
- 4) Určete souřadnice vrcholu, ohniska, parametr a rovnici řídící přímky paraboly:  
 $x^2 + 8y - 32 = 0$ .

Výsledky: 1) Vrcholová rovnice paraboly:  $y^2 = 8x$

2) Vrcholová rovnice paraboly:  $(x - 4)^2 = \frac{1}{2}(y - 3)$

3)  $V[-3; -8]$ ,  $F[-4; -8]$ ,  $p = 2$ ,  $d: x = -2$

4)  $V[0; 4]$ ,  $F[0; 2]$ ,  $p = 4$ ,  $d: y = 6$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

# Řešení:

- 1) Určete vrcholovou rovnici paraboly, je-li dáno:  $V[0; 0]$ , bod ležící na parabole  $L[2; -4]$ ,  $F \in x^+$ .

Leží-li ohnisko  $F$  paraboly na kladné části osy  $x$  a vrchol má souřadnice  $V[0; 0]$ , potom je osa paraboly totožná s kladnou částí osy  $x$ .

Vrcholová rovnice této paraboly:  $y^2 = 2px$ .

Souřadnice bodu, který leží na parabole, vyhovuje rovnici paraboly. Odtud úpravami vypočítáme hodnotu parametru  $p$ .

$$\begin{aligned} y^2 = 2px &\rightarrow (-4)^2 = 2p \cdot 2 &\rightarrow 16 = 4p &\rightarrow p = 4 \\ y^2 = 2px &\rightarrow y^2 = 8x \end{aligned}$$

Vrcholová rovnice paraboly:  $y^2 = 8x$

- 2) Určete vrcholovou rovnici paraboly, je-li dáno:  $V[4; 3]$ , bod ležící na parabole  $Q[5; 5]$ , osa  $o$  paraboly je rovnoběžná s  $y^+$ .

Je-li osa  $o$  paraboly rovnoběžná s  $y^+$  a vrchol paraboly má souřadnice  $V[m; n]$ , potom má parabola rovnici:  $(x - m)^2 = 2p(y - n)$ .

Souřadnice bodu, který leží na parabole, vyhovuje rovnici paraboly. Odtud úpravami vypočítáme hodnotu parametru  $p$ .

$$\begin{aligned} (x - m)^2 = 2p(y - n) &\rightarrow (x - 4)^2 = 2p(y - 3) \\ (5 - 4)^2 = 2p(5 - 3) &\rightarrow 1 = 2p \cdot 2 &\rightarrow 1 = 4p &\rightarrow p = \frac{1}{4} \\ (x - 4)^2 = 2 \cdot \frac{1}{4}(y - 3) &\rightarrow (x - 4)^2 = \frac{1}{2}(y - 3) \end{aligned}$$

Vrcholová rovnice paraboly:  $(x - 4)^2 = \frac{1}{2}(y - 3)$

3) Určete souřadnice vrcholu, ohniska, parametr a rovnici řídící přímky paraboly:

$$(y + 8)^2 = -4(x + 3).$$

Vrcholová rovnice paraboly pro vrchol  $V[m; n]$ , pro osu o rovnoběžnou s  $x$  má rovnici:

$(y - n)^2 = -2p(x - m)$ , kde  $p$  je parametr paraboly, což je vzdálenost ohniska  $F$  paraboly a řídící přímky  $d$ . Řídící přímka  $d$  je kolmá na osu paraboly. Hodnota  $\frac{p}{2}$  je rovna vzdálenosti ohniska  $F$  a vrcholu  $V$  a zároveň řídící přímky  $d$  a vrcholu  $V$ . Ohnisko leží uvnitř paraboly, řídící přímka leží vně paraboly, mění se  $x$ -ové souřadnice.

$$(y + 8)^2 = -4(x + 3)$$

$$\text{Odtud: } V[-3; -8] \quad -2p = -4 \quad \rightarrow \quad p = 2 \quad \rightarrow \quad \frac{p}{2} = 1$$

$$F[-4; -8], d: x = -2$$

4) Určete souřadnice vrcholu, ohniska, parametr a rovnici řídící přímky paraboly:

$$x^2 + 8y - 32 = 0.$$

Parabola je zadána obecnou rovnicí, kterou převedeme na rovnici vrcholovou.

$$\text{Osamostatníme } x^2 \rightarrow x^2 = -8y + 32 \rightarrow x^2 = -8(y - 4)$$

Vrcholová rovnice paraboly pro vrchol  $V[m; n]$ , pro osu o rovnoběžnou s osou  $y$  a rozevřená směrem do záporné části osy  $y$  má rovnici:

$(x - m)^2 = -2p(y - n)$ , kde  $p$  je parametr paraboly, což je vzdálenost ohniska  $F$  paraboly a řídící přímky  $d$ . Řídící přímka  $d$  je kolmá na osu paraboly. Hodnota  $\frac{p}{2}$  je rovna vzdálenosti ohniska  $F$  a vrcholu  $V$  a zároveň řídící přímky  $d$  a vrcholu  $V$ . Ohnisko leží uvnitř paraboly, řídící přímka leží vně paraboly.

$$x^2 = -8(y - 4)$$

$$\text{Odtud: } V[0; 4] \quad -2p = -8 \quad \rightarrow \quad p = 4 \quad \rightarrow \quad \frac{p}{2} = 2$$

$$F[0; 2], d: y = 6$$