



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Lineární funkce

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

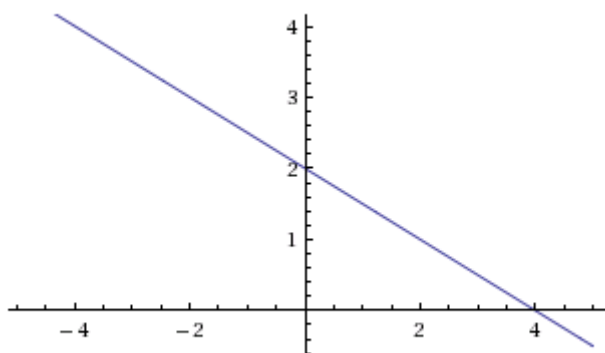
# Řešení:

1. Sestrojte graf funkce o rovnici:  $x + 2y - 4 = 0$ .  
Určete vlastnosti této funkce a průsečíky s osou  $x$  a s osou  $y$ .

Řešení:

$x + 2y - 4 = 0$  - funkci  $f(x)$  upravíme do požadovaného tvaru:  $2y = -x + 4$ ,  
předpis funkce  $f(x)$ :  $y = -\frac{x}{2} + 2$

x	-2	0
y	3	2



Vlastnosti:  $D(f) = H(f) = \mathbb{R}$ ; funkce je prostá; je klesající; ani sudá, ani lichá  
Průsečíky:

$$y = -\frac{x}{2} + 2$$

$$x = 0$$

$$y = 2$$

$$\underline{\underline{Y[0,2]}}$$

$$y = -\frac{x}{2} + 2 / \cdot 2$$

$$y = 0$$

$$0 = -x + 4$$

$$x = 4$$

$$\underline{\underline{X[4,0]}}$$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

2. Sestrojte graf funkce, která je vyjádřena následující tabulkou:

x	2	-1	5	3	-3
y	-8	4	-20	-12	12

Určete předpis a vlastnosti této funkce včetně průsečíků s osou  $x$  a s osou  $y$ .

Řešení:

Předpis lineární funkce:  $y = ax + b$ , pro určení předpisu potřebujeme souřadnice dvou bodů funkce, z tabulky např.  $A[2, -8]$ ;  $B[-1, 4]$ .

Souřadnice příslušných bodů dosadíme do předpisu funkce a řešíme soustavu rovnic:

$$A[2, -8]: -8 = 2a + b$$

$$B[-1, 4]: 4 = -a + b$$

$$-8 = 2a + b$$

$$4 = -a + b \quad / \cdot (-1)$$

$$-8 = 2a + b$$

$$-4 = a - b$$

$$-12 = 3a \quad / : 3$$

$$a = -4$$

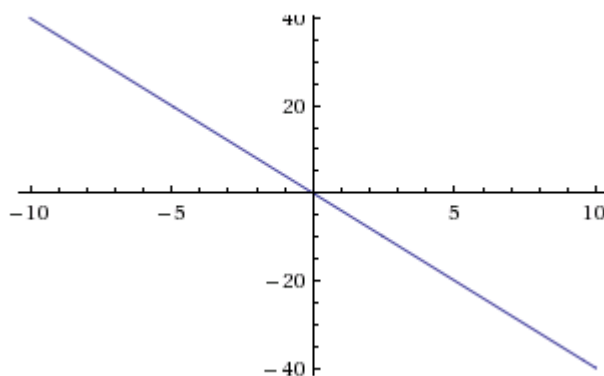
$$-4 = a - b$$

$$-4 = -4 + b$$

$$b = 0$$

$$y = ax + b$$

$$\underline{\underline{y = -4x}}$$



Vlastnosti:  $D(f) = H(f) = \mathbb{R}$ ; funkce je prostá; je klesající; je lichá

Průsečíky:

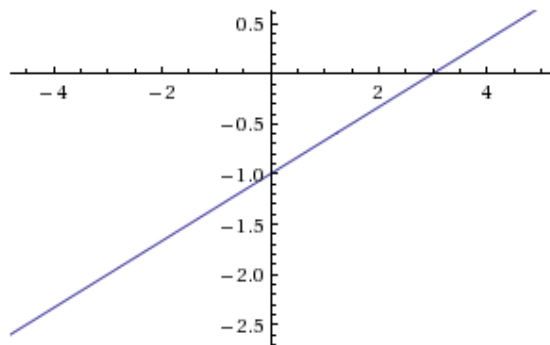
$$X[0,0], Y[0,0]$$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

3. Funkce  $f(x)$  je dána grafem.



Určete předpis a vlastnosti této funkce včetně průsečíků s osou  $x$  a s osou  $y$ .

Řešení:

Předpis lineární funkce:  $y = ax + b$ , pro určení předpisu potřebujeme souřadnice dvou bodů funkce, z tabulky např.  $A[3,0]$ ;  $B[0,-1]$ .

Souřadnice příslušných bodů dosadíme do předpisu funkce a řešíme soustavu rovnic:

$$A[3,0]: 0 = 3a + b$$

$$B[0,-1]: -1 = 0a + b$$

$$0 = 3a + b$$

$$\underline{-1 = 0a + b /}$$

$$0 = 3a + b$$

$$\underline{-1 = b}$$

$$0 = 3a + b$$

$$0 = 3a - 1 / -3a$$

$$\underline{-3a = -1 / : (-3)}$$

$$\underline{a = \frac{1}{3}}$$

$$y = ax + b$$

$$\underline{\underline{y = \frac{1}{3}x - 1}}$$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Vlastnosti:  $D(f) = H(f) = \mathbb{R}$ ; funkce je prostá, rostoucí, ani sudá, ani lichá

Průsečíky:

$$y = \frac{x}{3} - 1$$
$$y = 0$$
$$x = 0$$
$$0 = x - 3$$
$$y = -1$$
$$x = 3$$
$$\underline{\underline{Y[0,-1]}}$$
$$\underline{\underline{X[3,0]}}$$

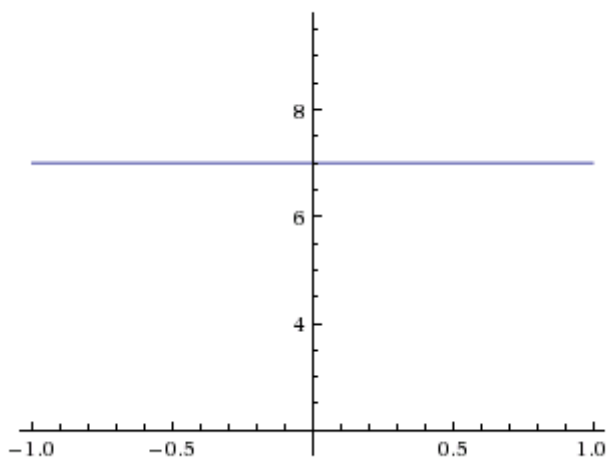
4. Sestrojte graf funkce, která je vyjádřena následující tabulkou:

X	-2	-1	0	1	2
Y	7	7	7	7	7

Určete předpis a vlastnosti této funkce včetně průsečíků s osou  $x$  a s osou  $y$ .

Řešení:

Všechny  $y$ -souřadnice bodů mají hodnotu 7 – jedná se o konstantní funkci  $y = 7$



Vlastnosti:  $D(f) = \mathbb{R}$ ;  $H(f) = \{7\}$ , funkce není prostá; je konstantní; je sudá

Průsečíky : pouze s osou  $y$

$$\underline{\underline{Y[0,7]}}$$

---

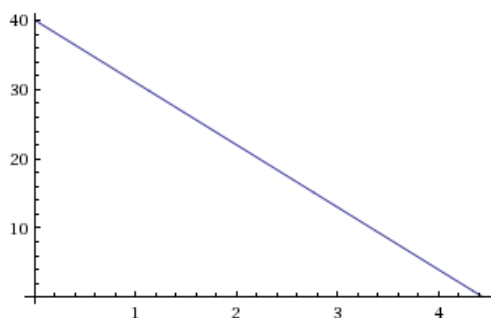
Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

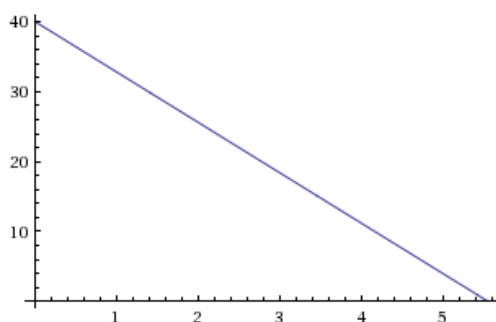
5. Pan Hatlapatka má automobil s nádrží o objemu 40 litrů. Spotřeba benzínu na jízdu ve městě je 9 litrů na 100 kilometrů a mimo město o 20% méně.
- Jaká je spotřeba auta na 100 kilometrů mimo město?
  - Jakou maximální dráhu lze ujet autem ve městě?
  - Určete v obou případech funkci, která vyjadřuje množství paliva v nádrži v závislosti na ujeté dráze.

Řešení:

- $20\% \text{ z } 9 \text{ l} = 1,8 \text{ l}$ , tj. spotřeba mimo město je  $9 - 1,8 = 7,2 \text{ l}$
- Spotřeba ve městě  $9 \text{ l}/100 \text{ km}$ , tj.  $0,09 \text{ l}/1 \text{ km}$  maximální dráha:  $\frac{40}{0,09} = 444,4 \text{ km}$
- Ve městě:  $y = 40 - 9x$ , kde  $x$  je dráha v 100 km



Mimo město:  $y = 40 - 7,2x$ , kde  $x$  je dráha v 100 km



Odpověď:

Spotřeba mimo město je 7,2 l na 100 km.

Při jízdě po městě může pan Hatlapatka ujet 444 km.

Funkce vyjadřující stav hladiny nádrže při jízdě ve městě:  $y = 40 - 9x$ , mimo město:  $y = 40 - 7,2x$ .

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

6. Při cestě domů jel pan Hatlapatka rychlostí 54 km/h. Na cestě před sebou uviděl nějaký objekt a začal brzdit se zrychlením  $3 \text{ m/s}^2$ .
- Za jak dlouho zastaví?
  - Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase při tomto pohybu a určete předpis funkce vyjadřující tento graf a funkci pojmenujte.
  - Jakou dráhu auto urazí než zabrzdí?

Řešení:

a.

$$v_0 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$$

$$a = 3 \text{ m/s}^2$$

$$t = ?$$

$$\underline{v = 0}$$

vztah pro výpočet okamžité rychlosti pro rovnoměrně zrychlený/zpomalený pohyb:

$$v = v_0 - at$$

$$0 = v_0 - at$$

$$at = v_0 / : a$$

$$t = \frac{v_0}{a}$$

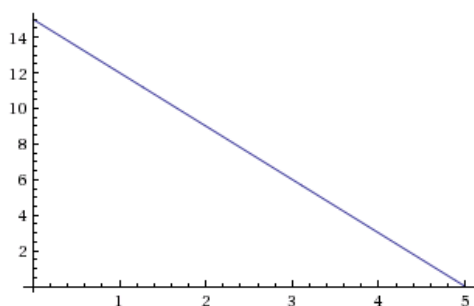
$$t = \frac{v_0}{a}$$

$$t = \frac{15}{3}$$

$$\underline{\underline{t = 5 \text{ s}}}$$

b.

**lineární** funkce má předpis:  $v = 15 - 3t$



---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

c.

$$v_0 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$$

$$a = 3 \text{ m/s}^2$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$\underline{s = ?}$$

vztah pro výpočet rychlosti pro rovnoměrně zrychlený/zpomalený pohyb:

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$s = 15 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$s = 75 - 37,5$$

$$\underline{\underline{s = 37,5 \text{ m}}}$$

Odpověď:

Automobil zastaví z rychlosti 54 km/h za 5 s a ujede přitom dráhu 37,5 m.

Grafem vyjadřující závislosti rychlosti na čase je přímka – jedná se lineární funkci.