

Soustavy rovnic – grafické řešení

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

1. Řešte graficky (rýsujte) soustavy rovnic a výsledek ověřte početně:

$$(y+1)^2 + 8 = 2x + (y-1)^2$$

$$\frac{1}{2}(x+2) - 2 = y + 3$$

2. Řešte graficky (rýsujte) soustavy rovnic a výsledek ověřte početně:

$$\frac{x+y}{3} \cdot 2 + 3 = \frac{y}{3} - (-4 - x)$$

$$\frac{6x}{2} + 4 = -\frac{8y}{4}$$

3. Řešte graficky (rýsujte) soustavy rovnic a výsledek ověřte početně:

$$(x+3) \cdot (2-y) = (y+3) \cdot (2-x)$$

$$(x+2) \cdot (x-2) = x \cdot (x+1) - (4+y)$$

Výsledky:

1. nemá řešení
2. $K = \{[-2;1]\}$
3. $K = R$

Řešení:

1. Řešte graficky (rýsujte) soustavy rovnic a výsledek ověřte početně:

$$(y+1)^2 + 8 = 2x + (y-1)^2$$

$$\frac{1}{2}(x+2) - 2 = y + 3$$

Nejprve obě rovnice upravíme a vyjádříme neznámou y:

$$(y+1)^2 + 8 = 2x + (y-1)^2$$

$$y^2 + 2y + 1 + 8 = 2x + y^2 - 2y + 1$$

$$9 = 2x - 2y + 1$$

$$4y = 2x - 8 : 4$$

$$\underline{\underline{y = \frac{x}{2} - 2}}$$

$$\frac{1}{2}(x+2) - 2 = y + 3$$

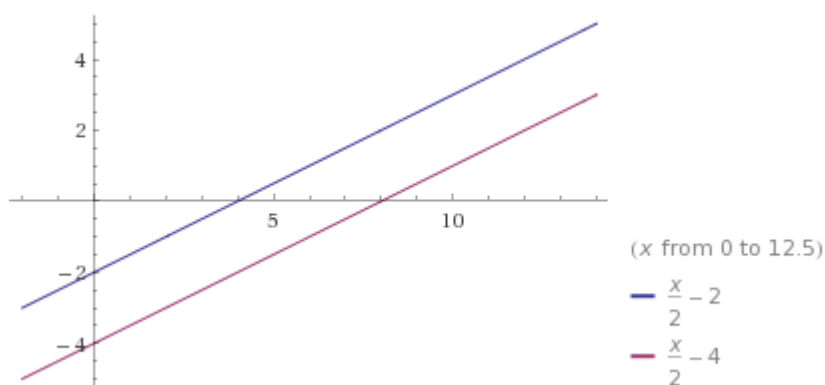
$$\frac{x}{2} + 1 - 2 = y + 3$$

$$\underline{\underline{y = \frac{x}{2} - 4}}$$

Narýsujeme obě lineární funkce do jednoho grafu – řešením soustavy je pak průsečík těchto dvou přímk¹:

x	2	0
y	-1	-2

x	2	0
y	-3	-4



Jedná se o rovnoběžné přímky, které se nikde neprotínají → soustava nemá řešení.

¹ Zdroj grafu: vlastní

Početně:

$$(y+1)^2 + 8 = 2x + (y-1)^2$$

$$y^2 + 2y + 1 + 8 = 2x + y^2 - 2y + 1$$

$$9 = 2x - 2y + 1$$

$$4y = 2x - 8 : 4$$

$$y = \frac{x}{2} - 2$$

$$\frac{1}{2}(x+2) - 2 = y + 3$$

$$\frac{x}{2} + 1 - 2 = y + 3$$

$$y = \frac{x}{2} - 4$$

Řešíme například porovnávací metodou:

$$\frac{x}{2} - 2 = \frac{x}{2} - 4$$

$$-2 \neq -4$$

Soustava nemá řešení.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

2. Řešte graficky (rýsujte) soustavy rovnic a výsledek ověřte početně:

$$\frac{x+y}{3} \cdot 2 + 3 = \frac{y}{3} - (-4 - x)$$

$$\frac{6x}{2} + 4 = -\frac{8y}{4}$$

Nejprve obě rovnice upravíme a vyjádříme neznámou y:

$$\frac{x+y}{3} \cdot 2 + 3 = \frac{y}{3} - (-4 - x)$$

$$\frac{2x+2y}{3} + 3 = \frac{y}{3} + 4 + x/3$$

$$2x + 2y + 9 = y + 12 + 3x$$

$$\underline{\underline{y = x + 3}}$$

$$\frac{6x}{2} + 4 = -\frac{8y}{4}$$

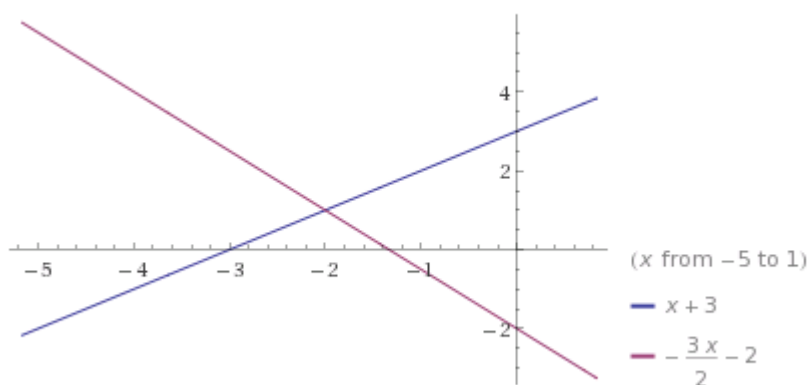
$$3x + 4 = -2y$$

$$\underline{\underline{y = \frac{-3x-4}{2} = \frac{-3x}{2} - 2}}$$

Narýsujeme obě lineární funkce do jednoho grafu – řešením soustavy je pak průsečík těchto dvou přímk²:

x	0	-3
y	3	0

x	0	-2
y	-2	1



Přímky se protnou v bodě P[-2;1] → soustava má právě jedno řešení $K = \{-2;1\}$.

² Zdroj grafu: vlastní

Počteně:

$$\frac{x+y}{3} \cdot 2 + 3 = \frac{y}{3} - (-4-x)$$

$$\frac{2x+2y}{3} + 3 = \frac{y}{3} + 4 + x \cdot 3$$

$$2x + 2y + 9 = y + 12 + 3x$$

$$\underline{y = x + 3}$$

$$\frac{6x}{2} + 4 = -\frac{8y}{4}$$

$$3x + 4 = -2y$$

$$\underline{y = \frac{-3x-4}{2}}$$

Řešíme například porovnávací metodou:

$$x + 3 = \frac{-3x-4}{2} \cdot 2$$

$$y = x + 3$$

$$2x + 6 = -3x - 4$$

$$y = -2 + 3$$

$$5x = -10$$

$$\underline{\underline{y = 1}}$$

$$\underline{\underline{x = -2}}$$

Soustava má řešení ve tvaru: $K = \{[-2;1]\}$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

3. Řešte graficky (rýsujte) soustavy rovnic a výsledek ověřte početně:

$$(x+3).(2-y) = (y+3).(2-x)$$

$$(x+2).(x-2) = x.(x+1) - (4+y)$$

Nejprve obě rovnice upravíme a vyjádříme neznámou y:

$$(x+3).(2-y) = (y+3).(2-x)$$

$$2x+6-xy-3y = 2y+6-x-3x$$

$$5x-5y = 0 : 5$$

$$x-y = 0$$

$$\underline{\underline{y = x}}$$

$$(x+2).(x-2) = x.(x+1) - (4+y)$$

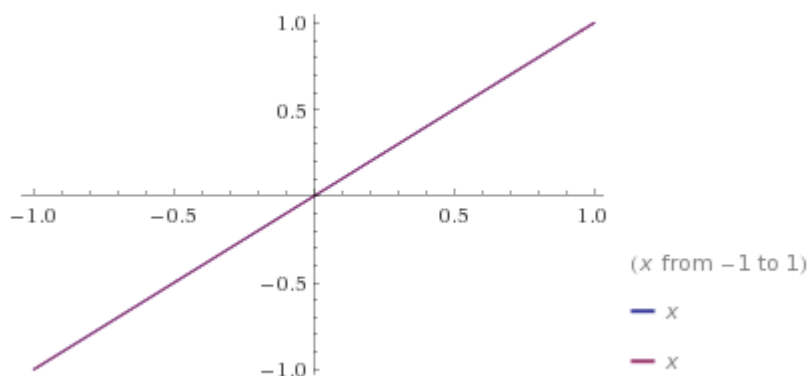
$$x^2 - 4 = x^2 + x - 4 - y$$

$$\underline{\underline{y = x}}$$

Narýsujeme obě lineární funkce do jednoho grafu – řešením soustavy je pak průsečík těchto dvou přímk³:

x	0	1
y	0	1

x	0	1
y	0	1



Jedná se o rovnoběžné přímky splývající → soustava má nekonečně mnoho řešení.

³ Zdroj grafu: vlastní

Poččetně:

$$(x+3).(2-y) = (y+3).(2-x)$$

$$2x+6-xy-3y = 2y+6-xy-3x$$

$$5x-5y = 0 : 5$$

$$x-y = 0$$

$$\underline{y = x}$$

$$(x+2).(x-2) = x.(x+1) - (4+y)$$

$$x^2 - 4 = x^2 + x - 4 - y$$

$$\underline{y = x}$$

Řešíme například porovnávací metodou:

$$\begin{array}{ll} x = x & \underline{\underline{x = t}} - \textit{parametr} \\ 0 = 0 & y = x \\ & \underline{\underline{y = t}} \end{array}$$

Soustava má nekonečně mnoho řešení, volíme-li za x například parametr t , lze řešení psát ve tvaru:

$$K = \{[t; t]\}$$