

Soustavy kvadratické a lineární rovnice

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

1. Řešte v R:

$$x^2 - y^2 = 9$$

$$x + y - 3 = 0$$

2. Řešte v R:

$$x^2 - y^2 = 3$$

$$x + y = 1$$

3. Řešte v R:

$$x^2 + 2y^2 = 1$$

$$3x - 6y = 9$$

4. Řešte v R:

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$x - y = 2$$

5. Řešte v R:

$$y^2 = x$$

$$x \cdot y = 27$$

6. Řešte v R:

$$4x^2 - 25y^2 = -9$$

$$2x - 5y - 1 = 0$$

7. Řešte v R:

$$5x^2 - 2y^2 = -30$$

$$5x + 2y = 0$$

Výsledky:

1. $K = \{[3;0]\}$

2. $K = \{[2;-1]\}$

3. $K = \{ \}$

4. $K = \{[2;0], [0;-2]\}$

5. $K = \{[9;3]\}$

6. $K = \{[-2;-1]\}$

7. $K = \{[-2;5], [2;-5]\}$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Řešení:

1. Řešte v R:

$$x^2 - y^2 = 9$$

$$\underline{x + y - 3 = 0} \rightarrow x = 3 - y$$

z lineární rovnice vyjádříme neznámou a dosadíme do kvadratické rovnice

$$(3 - y)^2 - y^2 = 9$$

$$9 - 6y + y^2 - y^2 = 9$$

$$x = 3 - y$$

$$9 - 6y = 9 / -9$$

$$x = 3 - 0$$

$$\underline{\underline{K = \{[3;0]\}}}$$

$$-6y = 0 / : (-6)$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

$$\underline{\underline{y = 0}}$$

2. Řešte v R:

$$x^2 - y^2 = 3$$

$$\underline{x + y = 1} \rightarrow x = 1 - y$$

z lineární rovnice vyjádříme neznámou a dosadíme do kvadratické rovnice

$$(1 - y)^2 - y^2 = 3$$

$$1 - 2y + y^2 - y^2 = 3$$

$$x = 1 - y$$

$$1 - 2y = 3 / -1$$

$$x = 1 - (-1)$$

$$\underline{\underline{K = \{[2;-1]\}}}$$

$$-2y = 2 / : (-2)$$

$$\underline{\underline{x = 2}}$$

$$\underline{\underline{y = -1}}$$

3. Řešte v R:

$$x^2 + 2y^2 = 1$$

$$\underline{3x - 6y = 9}$$

lineární rovnici zjednodušíme (vydělíme 3) a vyjádříme neznámou:

$$3x - 6y = 9 / : 3$$

$$x - 2y = 3 \rightarrow x = 3 + 2y$$

$$(3 + 2y)^2 + 2y^2 = 1$$

$$9 + 12y + 4y^2 + 2y^2 = 1$$

$$9 + 12y + 6y^2 = 1 / -1$$

$$6y^2 + 12y + 8 = 0 / : 2$$

$$3y^2 + 6y + 4 = 0$$

řešíme kvadratickou rovnici: $D = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 36 - 48 = -12 < 0$

rovnice nemá v R řešení: $K = \{ \}$

4. Řešte v R:

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$\underline{x - y = 2} \rightarrow x = 2 + y$$

z lineární rovnice vyjádříme neznámou a dosadíme do kvadratické rovnice

$$(2 + y)^2 + y^2 = 4$$

$$4 + 4y + y^2 + y^2 = 4 / -4$$

$$2y^2 + 4y = 0 / : 2$$

$$y^2 + 2y = 0$$

$$y(y + 2) = 0$$

$$\underline{\underline{y_1 = 0}} \quad \underline{\underline{y_2 = -2}}$$

$$x = 2 + y$$

$$x_1 = 2 + 0$$

$$\underline{\underline{x_1 = 2}}$$

$$x = 2 + y$$

$$x_2 = 2 + (-2)$$

$$\underline{\underline{x_2 = 0}}$$

$$\underline{\underline{K = \{[2;0], [0;-2]\}}}$$

5. Řešte v R:

$$y^2 = x$$

$$\underline{x \cdot y = 27} \rightarrow x = \frac{27}{y}$$

$$y^2 = \frac{27}{y} \cdot y \quad x = \frac{27}{y}$$

$$y^3 = 27 / \sqrt[3]{} \quad x = \frac{27}{3}$$

$$\underline{\underline{y = 3}}$$

$$\underline{\underline{x = 9}}$$

$$\underline{\underline{K = \{[9;3]\}}}$$

6. Řešte v R:

$$4x^2 - 25y^2 = -9$$

$$\underline{2x - 5y - 1 = 0} \rightarrow x = \frac{5y + 1}{2}$$

z lineární rovnice vyjádříme neznámou a dosadíme do kvadratické rovnice

$$4\left(\frac{5y + 1}{2}\right)^2 - 25y^2 = -9$$

$$4 \frac{25y^2 + 10y + 1}{4} - 25y^2 = -9$$

$$25y^2 + 10y + 1 - 25y^2 = -9$$

$$10y + 1 = -9 / -1$$

$$10y = -10 / :10$$

$$\underline{\underline{y = -1}}$$

$$x = \frac{5y + 1}{2}$$

$$x = \frac{5(-1) + 1}{2}$$

$$\underline{\underline{x = -2}}$$

$$\underline{\underline{K = \{[-2; -1]\}}}$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

7. Řešte v R:

$$5x^2 - 2y^2 = -30$$

$$5x + 2y = 0 \rightarrow x = \frac{-2y}{5}$$

z lineární rovnice vyjádříme neznámou a dosadíme do kvadratické rovnice

$$5\left(\frac{-2y}{5}\right)^2 - 2y^2 = -30$$

$$5 \cdot \frac{4y^2}{25} - 2y^2 = -30$$

$$\frac{4y^2}{5} - 10y^2 = -30 / :5$$

$$4y^2 - 10y^2 = -150$$

$$-6y^2 = -150 / :(-6)$$

$$y^2 = 25 / :25$$

$$y^2 - 25 = 0$$

$$(y - 5) \cdot (y + 5) = 0$$

$$\underline{\underline{y_1 = 5}} \quad \underline{\underline{y_2 = -5}}$$

$$x = \frac{-2y}{5}$$

$$x_1 = \frac{-2 \cdot 5}{5}$$

$$\underline{\underline{x_1 = -2}}$$

$$x = \frac{-2y}{5}$$

$$x_2 = \frac{-2 \cdot (-5)}{5}$$

$$\underline{\underline{x_2 = 2}}$$

$$\underline{\underline{K = \{[-2;5], [2;-5]\}}}$$